

大阪大学（理系） 2001 年 第 5 問

数列 $\{a_n\}$ において、各項 a_n が $a_n \geq 0$ をみたし、かつ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2}$ が成り立つとする．さらに各 n に対し

$$b_n = (1 - a_1)(1 - a_2) \cdots (1 - a_n)$$

$$c_n = 1 - (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)$$

とおく．

- (1) すべての n に対し不等式 $b_n \geq c_n$ が成り立つことを、数学的帰納法で示せ．
- (2) ある n について $b_{n+1} = c_{n+1}$ が成り立てば、 $b_n = c_n$ となることを示せ．
- (3) $b_3 = \frac{1}{2}$ となるとき、 $c_3 = \frac{1}{2}$ であることを示せ．また $b_3 = \frac{1}{2}$ となる数列 $\{a_n\}$ は全部で何種類あるかを求めよ．