

大阪大学（理系） 2001 年 第 4 問

関数 $f(x) = 4 \cos^2 x - 8 \cos x + 3$ を考える． n, k を自然数とし

$$g_n(k) = f\left(\frac{\pi}{3n}\right) + f\left(\frac{2\pi}{3n}\right) + \cdots + f\left(\frac{k\pi}{3n}\right)$$

とおく． ただし $n \geq 2$ とする．

- (1) n を固定する． $2 \leq k \leq 3n$ の範囲で $g_n(k-1) \geq g_n(k)$ となる k をすべて求めよ．
また， k が $1 \leq k \leq 3n$ の範囲を動くとき， $g_n(k)$ を最小とする k をすべて求めよ．
- (2) (1) における $g_n(k)$ の最小値を G_n とする． このとき極限值

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{G_n}{n}$$

を求めよ．