

空間のベクトル $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$, $\vec{y} = (y_1, y_2, y_3)$ を考える. ただし, どちらも零ベクトルではないとする. $k = 1, 2, 3$ に対し, 複素数

$$z_k = x_k + y_k i \quad (i = \sqrt{-1} \text{は虚数単位})$$

を考え, 複素数 $w_k = u_k + v_k i$ (u_k, v_k は実数) を

$$w_k = (\sqrt{3} + i) z_k$$

で定める. さらに u_k, v_k から定まるベクトル

$$\vec{u} = (u_1, u_2, u_3), \quad \vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$$

を考える.

- (1) $\vec{x}$ の大きさを r , $\vec{y}$ の大きさを s , $\vec{x}$ と $\vec{y}$ のなす角を θ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) とするとき $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$ を r, s, θ で表せ.
- (2) $\vec{x}$ と $\vec{y}$ の大きさが等しく, 両者はたがいに垂直であるとする. このとき $\vec{u}$ と $\vec{v}$ も大きさが等しく, たがいに垂直であることを示せ.
- (3) (2) の仮定のもとで, $\vec{x}$ と $\vec{u}$ のなす角を求めよ.