

2025年度入学試験問題

数 学

(理 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

以下の問いに答えよ。

- (1) 方程式

$$3x + 11y = 1$$

の整数解の1つを求めよ。

- (2) 方程式

$$3x + 11y = 1000$$

の整数解をすべて求めよ。

- (3) 自然数 x, y が (2) の方程式を満たすとする。 $|x - y|$ の最大値と、そのときの x, y の値を求めよ。

2

xyz 空間における4点 $O(0, 0, 0)$, $A(n, 0, 0)$, $B(0, n, 0)$, $C(0, 0, 2n)$ を頂点とする四面体 $OABC$ を考える。ただし、 n は2以上の整数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 四面体 $OABC$ を平面 $x = k$ で切ったとき、断面として現れる三角形 T_k のすべての頂点の座標を求めよ。ただし、 k は整数で $1 \leq k \leq n - 1$ とする。
- (2) (1) の三角形 T_k の内部に含まれ、 y, z 座標がいずれも整数となる点の個数を n, k を用いて表せ。ただし、辺および頂点は内部に含まれないとする。
- (3) 四面体 $OABC$ の内部に含まれ、 x, y, z 座標がいずれも整数となる点の個数を n を用いて表せ。ただし、面、辺、および頂点は内部に含まれないとする。

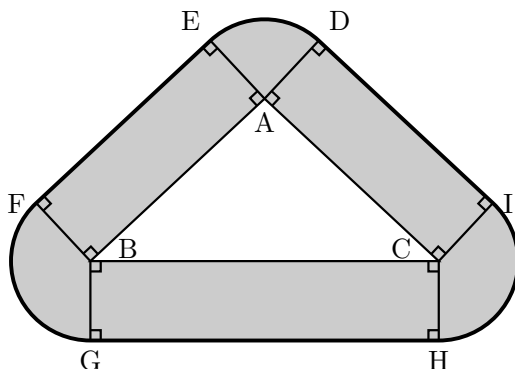
3

xy 平面上に点 $O(0, 0)$, $A(4, 0)$ と、円 $C: x^2 + y^2 = 4$ 上を動く点 $P(a, b)$ があるとする。各点 P に対して、線分 AP の垂直二等分線を ℓ_P とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 直線 ℓ_P の方程式を求めよ。
- (2) 直線 OP と ℓ_P が平行であるとき、 P の座標を求めよ。
- (3) 直線 OP と ℓ_P が交点をもつとき、交点 Q の軌跡の方程式を求め、さらにその軌跡を図示せよ。

4

下図のように、三角形 ABC の外側で頂点または辺上の点からの距離が 1 以内にある、長方形および扇形からなる領域を Z とする。さらに、 $AB = AC = 3$ とし、 $\angle ABC = \theta$ とおく。また、 Z の面積を S_1 とする。以下の問いに答えよ。



- (1) S_1 を求めよ。
- (2) 三角形 ABC の内接円の半径 $r(\theta)$ を求めよ。
- (3) $0 < \theta \leq \frac{\pi}{4}$ のとき、(2) の $r(\theta)$ の最大値を求めよ。
- (4) (2) の内接円の面積を S_2 とする。 $0 < \theta \leq \frac{\pi}{4}$ のとき、 $S_1 > S_2$ を示せ。

