

入学試験過去問題

数 学

岡山大学（理系）

対象年度：2023 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

第 1 問

数列 $\{a_n\}$ の第 1 項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n = \frac{7}{6}(a_n - 1)$$

を満たすとき、以下の問いに答えよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。

- (1) 一般項 a_n を求めよ。
- (2) a_n が 89 桁の整数となるとき、 n を求めよ。
- (3) n を (2) で求めたものとする。 a_n の 1 の位の数字を求めよ。
- (4) n を (2) で求めたものとする。 a_n の最高位の数字を求めよ。

第 2 問

$a < 0$, $b > 0$ とする。2つの曲線 $C: y = \frac{1}{x^2 + 1}$ と $D: y = ax^2 + b$ がある。いま、 $x > 0$ で C と D が共有点をもち、その点における2つの曲線の接線が一致しているとする。その共有点の x 座標を t とし、 D と x 軸で囲まれた部分の面積を S とする。以下の問いに答えよ。

- (1) D と x 軸の交点の x 座標を $\pm p$ とし、 $p > 0$ とする。 S を a と p を用いて表せ。
- (2) a , b を t を用いて表せ。
- (3) S を t を用いて表せ。
- (4) $t > 0$ の範囲で、 S が最大となるような D の方程式を求めよ。

第 3 問

箱の中に、1 から 3 までの数字を書いた札がそれぞれ 3 枚ずつあり、全部で 9 枚入っている。A, B, C の 3 人がこの箱から札を無作為に取り出す。A と B が 2 枚ずつ、C が 3 枚取り出すとき、以下の問いに答えよ。

- (1) A が持つ札の数字が同じである確率を求めよ。
- (2) A が持つ札の数字が異なり、B が持つ札の数字も異なり、かつ、C が持つ札の数字もすべて異なる確率を求めよ。
- (3) A が持つ札の数字のいずれかが、C が持つ札の数字のいずれかと同じである確率を求めよ。

第 4 問

$0 < x < y$ とする。平行四辺形 ABCD において、辺 AB の長さを x 、辺 BC の長さを y 、 $\angle ABC = 2\theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) とする。平行四辺形 ABCD の内角 A, B, C, D を 2 等分する直線をそれぞれ ℓ_A , ℓ_B , ℓ_C , ℓ_D とし、 ℓ_A と ℓ_B の交点を E, ℓ_B と ℓ_C の交点を F, ℓ_C と ℓ_D の交点を G, ℓ_D と ℓ_A の交点を H とする。平行四辺形 ABCD と四角形 EFGH が重なる部分の面積を S とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $\angle FEH$ を求めよ。
- (2) 線分 AE および線分 AH の長さを求めよ。
- (3) 点 H が平行四辺形 ABCD の外部にあるような, x , y の条件を求めよ。
- (4) S を求めよ。