

2023年度入学試験問題

数 学

(理 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

数列 $\{a_n\}$ の第 1 項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n = \frac{7}{6}(a_n - 1)$$

を満たすとき、以下の問いに答えよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。

- (1) 一般項 a_n を求めよ。
- (2) a_n が 89 桁の整数となるとき、 n を求めよ。
- (3) n を (2) で求めたものとする。 a_n の 1 の位の数字を求めよ。
- (4) n を (2) で求めたものとする。 a_n の最高位の数字を求めよ。

2

$a < 0$, $b > 0$ とする。2 つの曲線 $C : y = \frac{1}{x^2 + 1}$ と $D : y = ax^2 + b$ がある。いま、 $x > 0$ で C と D が共有点をもち、その点における 2 つの曲線の接線が一致しているとする。その共有点の x 座標を t とし、 D と x 軸で囲まれた部分の面積を S とする。以下の問いに答えよ。

- (1) D と x 軸の交点の x 座標を $\pm p$ とし、 $p > 0$ とする。 S を a と p を用いて表せ。
- (2) a , b を t を用いて表せ。
- (3) S を t を用いて表せ。
- (4) $t > 0$ の範囲で、 S が最大となるような D の方程式を求めよ。

3

箱の中に、1から3までの数字を書いた札がそれぞれ3枚ずつあり、全部で9枚入っている。A, B, Cの3人がこの箱から札を無作為に取り出す。AとBが2枚ずつ、Cが3枚取り出すとき、以下の問いに答えよ。

- (1) Aが持つ札の数字が同じである確率を求めよ。
- (2) Aが持つ札の数字が異なり、Bが持つ札の数字も異なり、かつ、Cが持つ札の数字もすべて異なる確率を求めよ。
- (3) Aが持つ札の数字のいずれかが、Cが持つ札の数字のいずれかと同じである確率を求めよ。

4

$0 < x < y$ とする。平行四辺形 ABCD において、辺 AB の長さを x 、辺 BC の長さを y 、 $\angle ABC = 2\theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) とする。平行四辺形 ABCD の内角 A, B, C, D を 2 等分する直線をそれぞれ ℓ_A , ℓ_B , ℓ_C , ℓ_D とし、 ℓ_A と ℓ_B の交点を E, ℓ_B と ℓ_C の交点を F, ℓ_C と ℓ_D の交点を G, ℓ_D と ℓ_A の交点を H とする。平行四辺形 ABCD と四角形 EFGH が重なる部分の面積を S とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $\angle FEH$ を求めよ。
- (2) 線分 AE および線分 AH の長さを求めよ。
- (3) 点 H が平行四辺形 ABCD の外部にあるような、 x , y の条件を求めよ。
- (4) S を求めよ。

