

入学試験過去問題

数 学

岡山大学（理系）

対象年度：2019 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

第 1 問

A と B の二人がじゃんけんをする。1 回ごとに、勝った方は 2 点、負けた方は 0 点、あいこの場合はどちらも 1 点ずつを得るものとする。 n 回目のじゃんけんを終えた時点での A の得点の合計を a_n 、B の得点の合計を b_n とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $a_3 = 3$ となる確率を求めよ。
- (2) $a_5 = 5$ となる確率を求めよ。
- (3) $a_5 \geq b_5$ となる確率を求めよ。

第 2 問

a, b を正の数とする。数列 $\{x_n\}$ を

$$x_1 = a, \quad x_2 = b,$$

$$x_{n+2} = \frac{1 + x_{n+1}}{x_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。以下の問いに答えよ。

- (1) x_6, x_7 を a, b を用いて表せ。
- (2) x_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) がすべて自然数になるような a, b の組をすべて求めよ。

第 3 問

次の 3 つの等式

$$\overline{zw} = \overline{z} \overline{w},$$

$$|z - 1| = 1,$$

$$|z - w| = 2$$

を満たす複素数 z, w について、以下の問いに答えよ。ただし $z \neq 0$ とし、 z の偏角を θ と表す。

- (1) 複素数平面において 3 点 $0, z, w$ は一直線上にあることを示せ。
- (2) z と w を θ を用いて表せ。
- (3) θ は $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとする。このとき w のとりうる値について、その虚部の最大の値を求めよ。

第 4 問

座標平面において線分 $L: y = x$ ($0 \leq x \leq 1$), 曲線 $C: y = x^2 - x + 1$ ($0 \leq x \leq 1$) および y 軸で囲まれた図形を D とする。以下の問いに答えよ。

- (1) C 上の点 $P(t, t^2 - t + 1)$ から L に下ろした垂線と L の交点を Q とする。線分 OQ の長さ u を t で表せ。ただし O は原点とする。
- (2) (1) の P, Q について線分 PQ の長さを t を用いて表せ。
- (3) 図形 D を直線 $y = x$ のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。