

2019年度入学試験問題

数 学

(理 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

A と B の二人がじゃんけんをする。1 回ごとに、勝った方は 2 点、負けた方は 0 点、あいこの場合はどちらも 1 点ずつを得るものとする。 n 回目のじゃんけんを終えた時点での A の得点の合計を a_n 、B の得点の合計を b_n とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $a_3 = 3$ となる確率を求めよ。
- (2) $a_5 = 5$ となる確率を求めよ。
- (3) $a_5 \geq b_5$ となる確率を求めよ。

2

a, b を正の数とする。数列 $\{x_n\}$ を

$$\begin{aligned}x_1 &= a, & x_2 &= b, \\x_{n+2} &= \frac{1 + x_{n+1}}{x_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)\end{aligned}$$

により定める。以下の問いに答えよ。

- (1) x_6, x_7 を a, b を用いて表せ。
- (2) x_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) がすべて自然数になるような a, b の組をすべて求めよ。

3

次の3つの等式

$$\overline{zw} = \overline{z}w,$$

$$|z - 1| = 1,$$

$$|z - w| = 2$$

を満たす複素数 z, w について、以下の問いに答えよ。ただし $z \neq 0$ とし、 z の偏角を θ と表す。

- (1) 複素数平面において3点 $0, z, w$ は一直線上にあることを示せ。
- (2) z と w を θ を用いて表せ。
- (3) θ は $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとする。このとき w のとりうる値について、その虚部の最大の値を求めよ。

4

座標平面において線分 $L: y = x$ ($0 \leq x \leq 1$)、曲線 $C: y = x^2 - x + 1$ ($0 \leq x \leq 1$) および y 軸で囲まれた図形を D とする。以下の問いに答えよ。

- (1) C 上の点 $P(t, t^2 - t + 1)$ から L に下ろした垂線と L の交点を Q とする。線分 OQ の長さ u を t で表せ。ただし O は原点とする。
- (2) (1) の P, Q について線分 PQ の長さを t を用いて表せ。
- (3) 図形 D を直線 $y = x$ のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。

