

入学試験過去問題

数 学

岡山大学（理系）

対象年度：2018年

試験時間：120分

問題数：4問

第 1 問

関数 $f(x) = (1+x)e^x$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x) = 0$ を満たす x の値を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ について、原点を通るすべての接線の方程式を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ について、原点を通る接線のうち、接点の x 座標が最大のものを L とする。曲線 $y = f(x)$ と直線 L および x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

第 2 問

図 1 のような経路の図があり，次のようなゲームを考える。最初は ㊸ から出発し，1 回の操作で，1 個のさいころを投げて，出た目の数字が矢印にあればその方向に進み，なければその場にとどまる。この操作を繰り返し，㊹ に到達したらゲームは終了する。

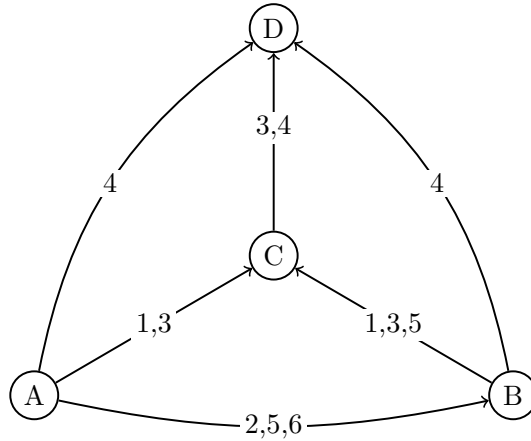


図 1: 経路の図

例えば ㊸ にいるときは，1, 3, 5 の目が出れば ㊺ へ進み，4 の目が出れば ㊹ へ進み，2, 6 の目が出ればその場にとどまる。 n を自然数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) ちょうど n 回の操作を行った後に ㊸ にいる確率を n の式で表せ。
- (2) ちょうど n 回の操作を行った後に ㊺ にいる確率を n の式で表せ。
- (3) ちょうど n 回の操作でゲームが終了する確率を n の式で表せ。

第 3 問

k を実数とし、 x についての 2 次方程式

$$x^2 - kx + 3k - 4 = 0$$

を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) $x^2 - kx + 3k - 4 = 0$ が虚数解をもつような k の値の範囲を求めよ。
- (2) $x^2 - kx + 3k - 4 = 0$ が虚数解 α をもち、 α^4 が実数になるような k の値をすべて求めよ。

第 4 問

xyz 空間内に 3 点 $A(2, 0, 1)$, $B(0, 3, -1)$, $C(0, 3, -3)$ がある。線分 BC 上の点を $P(0, 3, s)$ とおく。線分 AP を $t : (1 - t)$ に内分する点を Q とする。ただし、 t は $0 < t < 1$ を満たす。点 Q を中心とする半径 3 の球面を K とし、球面 K と xy 平面が交わってできる円の面積を S_1 、球面 K と yz 平面が交わってできる円の面積を S_2 とおく。以下の問いに答えよ。

- (1) 球面 K の方程式を求めよ。
- (2) S_1 を s と t の式で表せ。
- (3) 点 P は線分 BC 上で固定し、点 Q は線分 AP 上を動くものとする。 $S_1 + S_2$ が最大値をとる t を s の式で表せ。
- (4) (3) において点 Q が線分 AP の中点であるときに $S_1 + S_2$ が最大値をとるとする。このときの s の値を求めよ。