

2018年度入学試験問題

数 学

(理 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

関数 $f(x) = (1+x)e^x$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x) = 0$ を満たす x の値を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ について、原点を通るすべての接線の方程式を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ について、原点を通る接線のうち、接点の x 座標が最大のものを L とする。曲線 $y = f(x)$ と直線 L および x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

2

図1のような経路の図があり、次のようなゲームを考える。最初は①から出発し、1回の操作で、1個のさいころを投げて、出た目の数字が矢印にあればその方向に進み、なければその場にとどまる。この操作を繰り返し、④に到達したらゲームは終了する。

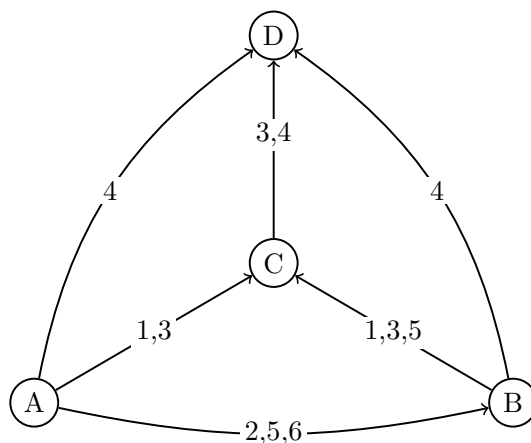


図1: 経路の図

例えば②にいるときは、1, 3, 5の目が出れば③へ進み、4の目が出れば④へ進み、2, 6の目が出ればその場にとどまる。 n を自然数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) ちょうど n 回の操作を行った後に②にいる確率を n の式で表せ。
- (2) ちょうど n 回の操作を行った後に③にいる確率を n の式で表せ。
- (3) ちょうど n 回の操作でゲームが終了する確率を n の式で表せ。

3

k を実数とし, x についての 2 次方程式

$$x^2 - kx + 3k - 4 = 0$$

を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) $x^2 - kx + 3k - 4 = 0$ が虚数解をもつような k の値の範囲を求めよ。
- (2) $x^2 - kx + 3k - 4 = 0$ が虚数解 α をもち, α^4 が実数になるような k の値をすべて求めよ。

4

xyz 空間内に 3 点 $A(2, 0, 1)$, $B(0, 3, -1)$, $C(0, 3, -3)$ がある。線分 BC 上の点を $P(0, 3, s)$ とおく。線分 AP を $t : (1 - t)$ に内分する点を Q とする。ただし, t は $0 < t < 1$ を満たす。点 Q を中心とする半径 3 の球面を K とし, 球面 K と xy 平面が交わってできる円の面積を S_1 , 球面 K と yz 平面が交わってできる円の面積を S_2 とおく。以下の問いに答えよ。

- (1) 球面 K の方程式を求めよ。
- (2) S_1 を s と t の式で表せ。
- (3) 点 P は線分 BC 上で固定し, 点 Q は線分 AP 上を動くものとする。 $S_1 + S_2$ が最大値をとる t を s の式で表せ。
- (4) (3) において点 Q が線分 AP の中点であるときに $S_1 + S_2$ が最大値をとるとする。このときの s の値を求めよ。

