

2017年度入学試験問題

数 学

(理 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

以下の問いに答えよ。

- (1) 6人を2人ずつ3組に分ける方法は何通りあるか。
- (2) 7人を2人, 2人, 3人の3組に分ける方法は何通りあるか。
- (3) A, B, C, D, E, F, G, Hの8人から7人を選び, さらにその7人を2人, 2人, 3人の3組に分ける。A, Bの2人がともに選ばれて, かつ同じ組になる確率を求めよ。

2

座標平面内の2つの曲線

$$C_1 : y = \log(2x), \quad C_2 : y = 2\log x$$

の共通接線を l とする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) 直線 l の方程式を求めよ。
- (2) C_1 , C_2 および l で囲まれる領域の面積を求めよ。

3

座標空間内の4点 $A(1, 0, 0)$, $B(-1, 0, 0)$, $C(0, 1, \sqrt{2})$, $D(0, -1, \sqrt{2})$ を頂点とする四面体 $ABCD$ を考える。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) 点 $P(0, 0, t)$ を通り z 軸に垂直な平面と、辺 AC が点 Q において交わるとする。 Q の座標を t で表せ。
- (2) 四面体 $ABCD$ (内部を含む) を z 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を求めよ。

4

α は $0 < |\alpha| < 1$ を満たす虚数であるとする。複素数平面上の点の列 $z_1, z_2, z_3, \dots$ を、 $z_1 = 0$, $z_2 = 1$ および

$$\begin{cases} z_{2n+1} - z_{2n} = \alpha(z_{2n} - z_{2n-1}) & (n = 1, 2, 3, \dots) \\ z_{2n+2} - z_{2n+1} = \bar{\alpha}(z_{2n+1} - z_{2n}) & (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

で定める。ただし、虚数とは虚部が0でない複素数のことであり、また、 $\bar{\alpha}$ は α に共役な複素数を表すものとする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) 次の等式が成り立つことを示せ。

$$z_{2n+2} - z_{2n} = |\alpha|^2(z_{2n} - z_{2n-2}) \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

- (2) 偶数番目の点の列 $z_2, z_4, z_6, \dots$ および奇数番目の点の列 $z_1, z_3, z_5, \dots$ は、それぞれ同一直線上にあることを示せ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} |z_n - w| = 0$ を満たす複素数 w を求めよ。

