

# 入学試験過去問題

## 数 学

岡山大学（理系）

対象年度：2016 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

## 第 1 問

$p$  は素数とする。正の整数  $n$  に対し、 $p^d$  が  $n$  の約数となる整数  $d$  ( $d \geq 0$ ) のなかで最大のものを  $f(n)$  とする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1)  $p = 3$ ,  $n = 3^2!$  のとき  $f(n)$  の値を求めよ。
- (2)  $p = 5$ ,  $n = 5^2!$  のとき  $f(n)$  の値を求めよ。
- (3)  $m$  が正の整数で  $n = p^m!$  のとき  $f(n)$  を求めよ。

## 第 2 問

関数  $f(x) = 8x^3 - 6x - 1$  について、以下の問いに答えよ。

- (1)  $f(x) = 0$  を満たす実数  $x$  の個数を求めよ。
- (2)  $a = \cos \frac{5\pi}{9}$  とするとき、 $f(a)$  の値を求めよ。
- (3) 不等式

$$-\frac{1}{5} < \cos \frac{5\pi}{9} < -\frac{1}{6}$$

を証明せよ。

### 第 3 問

$a$  は正の数とし、次の関数  $y = f_a(x)$  のグラフの変曲点を  $P$  とする。

$$f_a(x) = axe^{-\frac{x}{a}} \quad (x \geq 0)$$

このとき以下の問いに答えよ。

- (1) 点  $P$  の座標を求めよ。
- (2)  $a$  が区間  $1 \leq a \leq 2$  全体を動くとき、点  $P$  が描く曲線  $C$  の概形を図示せよ。
- (3)  $x \geq 0$  における曲線  $y = f_1(x)$ ,  $y = f_2(x)$  と (2) の曲線  $C$  の 3 曲線で囲まれた部分の面積を求めよ。

## 第 4 問

座標空間内に、原点  $O(0, 0, 0)$  を中心とする半径 1 の球面  $S$  と 2 点  $A(0, 0, 1)$ ,  $B(0, 0, -1)$  がある。  $O$  と異なる点  $P(s, t, 0)$  に対し、直線  $AP$  と球面  $S$  の交点で  $A$  と異なる点を  $Q$  とする。さらに直線  $BQ$  と  $xy$  平面の交点を  $R(u, v, 0)$  とする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) ふたつの線分  $OP$  と  $OR$  の長さの積を求めよ。
- (2)  $s$  を  $u, v$  を用いて表せ。
- (3)  $l$  は  $xy$  平面内の直線で、原点  $O$  を通らないものとする。直線  $l$  上を点  $P$  が動くとき、対応する点  $R$  は  $xy$  平面内の同一円周上にあることを証明せよ。