

2014年度入学試験問題

数 学

(理 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

n を 3 以上の整数とし, a, b, c は 1 以上 n 以下の整数とする。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) $a < b < c$ となる a, b, c の組は何通りあるか。
- (2) $a \leq b \leq c$ となる a, b, c の組は何通りあるか。
- (3) $a < b$ かつ $a \leq c$ となる a, b, c の組は何通りあるか。

2

- (1) すべての実数 x, y に対して $x^2 + y^2 + 2axy + 2bx + 1 \geq 0$ が成り立つとする。
このとき, 実数 a, b が満たすべき条件を求め, その条件を満たす点 (a, b) のなす領域を座標平面上に図示せよ。
- (2) (1) の領域を点 (a, b) が動くとき $a^2 + b$ の最大値と最小値を求めよ。

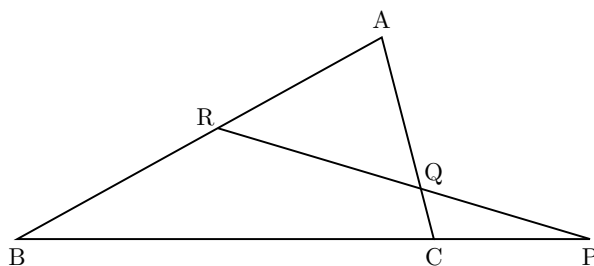
3

座標平面において、行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ の表す一次変換を f とする。

- (1) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、点 $P(2 + \cos \theta, \sin \theta)$ を f で移した点 Q の座標を求めよ。
- (2) 不等式 $a_1 \leq x \leq a_2$, $b_1 \leq y \leq b_2$ の表す領域を T とする。 $0 \leq \theta < 2\pi$ を満たすすべての θ に対して、(1) で求めた点 Q が領域 T に入るとする。 T の面積が最小となるときの a_1 , a_2 , b_1 , b_2 を求めよ。
- (3) 不等式 $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 \leq r^2$ の表す領域を H とする。 $0 \leq \theta < 2\pi$ を満たすすべての θ に対して、(1) で求めた点 Q が領域 H に入るとする。このとき、正の数 r の最小値を求めよ。

4

三角形 ABC において、 $AB = BC = 2$, $CA = 1$ とする。 $0 \leq x \leq 1$ を満たす x に対して、辺 BC の延長上に点 P を、辺 CA 上に点 Q を、それぞれ $CP = AQ = x$ となるようにとる。さらに、直線 PQ と辺 AB の交点を R とする。このとき、以下の問いに答えよ。



- (1) AR を x の関数として表せ。
- (2) (1) の関数を $f(x)$ とおくと、 $\int_0^1 f(x) dx$ を求めよ。

