

入学試験過去問題

数 学

岡山大学（理系）

対象年度：2004年

試験時間：120分

問題数：4問

第 1 問

行列 $A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}+1}{2} & -\frac{\sqrt{3}-1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}-1}{2} & \frac{\sqrt{3}+1}{2} \end{pmatrix}$ に対して、次の問いに答えよ。

- (1) A^2 , A^3 , A^6 を求めよ (答のみでよい)。
- (2) $A^n = xA$ を満たすような 1 より大きい最小の整数 n と実数 x を求めよ。
- (3) A^{120} を求めよ。

第 2 問

数列 $\{a_n\}$ は次のように定められている。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1}(a_n + 1) = 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $a_{n+1}^2 + a_{n+1} - 1$ を a_n を用いて表せ。
- (2) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_n^2 + a_n - 1$ で定める。このとき、 b_{2n-1} は正、 b_{2n} は負であることを示せ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ について、不等式

$$a_{2n} < \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} < a_{2n-1}$$

が成り立つことを示せ。

第 3 問

次の条件 (a), (b) をともに満たす実数の組 (p, q, r) をすべて求めよ。

(a) p, q, r の絶対値は等しい。

(b) 3 次方程式 $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ は、絶対値が 1 であるような虚数解をもつ。

第 4 問

座標空間に定点 $A(1, 0, 0)$ をとる。点 $P(x, y, z)$ から yz 平面へ下ろした垂線の足を H とする。 $k > 1$ である定数 k に対して、 $PH : PA = k : 1$ を満たす点 P 全体からなる図形を S で表す。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) S の点 P と x 軸との距離の最大値を求めよ。
- (2) S のうちで、 $y \geq 0$ かつ $z = 0$ を満たす部分を C とする。 S は C を x 軸のまわりに 1 回転させて得られる図形であることを示せ。
- (3) S で囲まれる立体の体積を求めよ。