

2004 年度入学試験問題

数 学

(理 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は 1 冊 (4 ページ), 解答用紙は 4 枚, 下書き用紙は 3 枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は, 手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄 2 箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また, 答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後, 問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

行列 $A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}+1}{2} & -\frac{\sqrt{3}-1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}-1}{2} & \frac{\sqrt{3}+1}{2} \end{pmatrix}$ に対して、次の問いに答えよ。

- (1) A^2, A^3, A^6 を求めよ (答のみでよい)。
- (2) $A^n = xA$ を満たすような 1 より大きい最小の整数 n と実数 x を求めよ。
- (3) A^{120} を求めよ。

2

数列 $\{a_n\}$ は次のように定められている。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1}(a_n + 1) = 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $a_{n+1}^2 + a_{n+1} - 1$ を a_n を用いて表せ。
- (2) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_n^2 + a_n - 1$ で定める。このとき、 b_{2n-1} は正、 b_{2n} は負であることを示せ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ について、不等式

$$a_{2n} < \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} < a_{2n-1}$$

が成り立つことを示せ。

3

次の条件 (a), (b) をともに満たす実数の組 (p, q, r) をすべて求めよ。

(a) p, q, r の絶対値は等しい。

(b) 3 次方程式 $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ は、絶対値が 1 であるような虚数解をもつ。

4

座標空間に定点 $A(1, 0, 0)$ をとる。点 $P(x, y, z)$ から yz 平面へ下ろした垂線の足を H とする。 $k > 1$ である定数 k に対して、 $PH : PA = k : 1$ を満たす点 P 全体からなる図形を S で表す。このとき、次の問いに答えよ。

(1) S の点 P と x 軸との距離の最大値を求めよ。

(2) S のうちで、 $y \geq 0$ かつ $z = 0$ を満たす部分を C とする。 S は C を x 軸のまわりに 1 回転させて得られる図形であることを示せ。

(3) S で囲まれる立体の体積を求めよ。

