

2002年度入学試験問題

数 学

(理 系)

試験時間 120 分

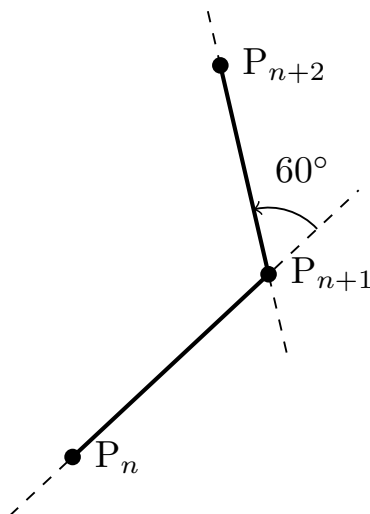
注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

複素数平面上で次のように点の列 P_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) をつくる。点 P_0, P_1 はそれぞれ $0, 1$ を表し、線分 $P_{n+1}P_{n+2}$ の長さは線分 P_nP_{n+1} の長さの r 倍 ($r > 0$) で、直線 P_nP_{n+1} から直線 $P_{n+1}P_{n+2}$ へ図のようにはかった角は 60° である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) P_3 を求めよ。
- (2) P_{6n} を表す複素数 $a + bi$ の実部 a と虚部 b を求めよ。



2

a, b, c, d を実数とする。行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に関して、次の問いに答えよ。

- (1) $A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ を満たす A は存在しないことを示せ。
- (2) $A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ を満たす A を a, b を用いて表せ。

3

座標平面上に点 A (0, 2) と点 B (1, 0) があり, 線分 AB 上の点 P から x 軸, y 軸におろした垂線の足をそれぞれ Q, R とする。点 P が A から B まで動くとき, 線分 QR の通過する部分の面積を求めよ。

4

次の問いに答えよ。

- (1) $x > 0$ のとき, 不等式 $e^x > 1 + x$ が成り立つことを示せ。
- (2) $x > 0$ のとき, 不等式 $\log(1 + x) > 1 - e^{-x}$ が成り立つことを示せ。
- (3) 実数 x, y が

$$0 \leq x \leq e^y - 1, \quad 0 \leq y \leq 1 - e^{-x}$$

を満たせば, $x = y = 0$ でなければならないことを示せ。

