

入学試験過去問題

数 学

岡山大学（理系）

対象年度：2001 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

第 1 問

n を自然数とする。 $f(x)$ は 2 次関数で、曲線 $y = f(x)$ は座標平面上の 3 点 $(-1, 0)$, $(0, 1)$, (n, n) を通るとする。

(1) 2 次関数 $f(x)$ を求めよ。

(2) この関数 $f(x)$ について

$$S = f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(n)$$

の値を n を用いて表せ。

(3) (2) で求めた S の値が整数であるためには、 $n + 2$ が 3 の倍数であることが必要十分である。このことを証明せよ。

第 2 問

原点を中心とする半径 1 の円が座標平面上にある。この円に内接する正三角形を原点を中心に回転させるとき、この正三角形の第 1 象限にある部分の面積の最小値と最大値を求めよ。

第 3 問

α を 0 でない複素数とし、その偏角 θ は $0^\circ < \theta < 90^\circ$ をみたすものとする。原点を O とする複素数平面において α , $\frac{1}{\alpha}$ の表す点をそれぞれ X , Y とする。

- (1) 実数 1 の表す点を A とする。4 点 O , X , A , Y の順に結んでできる四角形において、 $\angle A$ を $\angle O$ で表せ。
- (2) 実数 t の表す点を T とする。 α によらず点 T がつねに三角形 OXY の外部にあるとき、実数 t はどのような範囲にあるか。

第 4 問

$f(t)$ を連続関数, x を実数として, 関数 $g(x)$ を次のように定義する。

$$g(x) = \int_0^1 |f(t) - x| dt$$

- (1) $f(t) = e^t$ のとき, 関数 $g(x)$ の増減を調べ, $y = g(x)$ のグラフの概形を描け。ただし, $e = 2.71828 \dots$ は自然対数の底である。
- (2) $f(t)$ は微分可能な単調増加関数で, その逆関数も微分可能とし, $a = f\left(\frac{1}{2}\right)$ とおく。このとき, $g(x)$ は $x = a$ で最小値をとることを証明せよ。