

入学試験過去問題

数 学

岡山大学（理系）

対象年度：2000年

試験時間：120分

問題数：4問

第 1 問

x を 1 でない正の実数とし

$$f(x) = (\log_2 2x)^2 - 5\log_2 x + 3\log_x 2$$

とおく。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $f(x) = 2$ の解を求めよ。
- (2) 不等式 $f(x) \geq 2$ をみたす x の値の範囲を求めよ。

第 2 問

整数 x, y が方程式

$$x^2 - 3y^2 = 1 \quad \dots\dots ①$$

をみたすとき, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を ① の整数解と呼ぶ。

行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ とするとき, 次の問いに答えよ。

(1) A の逆行列 A^{-1} を求めよ。

(2) $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ が ① の整数解のとき, $\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ も ① の整数解であることを示せ。

(3) $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ は $a > 0, b \geq 0$ なる ① の整数解とし, $\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ とする。このとき $c > 0, d < b$ となることを示せ。また, $d < 0$ ならば $b = 0$ であることを示せ。

(4) $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ が $a > 0, b > 0$ なる ① の整数解のとき, ある自然数 n に対して $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ が成り立つことを示せ。

第 3 問

関数 $f(x) = \cos 3x + \cos 2x + \cos x$ ($0 \leq x \leq \pi$) について次の問いに答えよ。

- (1) $t = \cos x$ とするとき, $f(x)$ を t の式で表せ。
- (2) $f(x) = 0$ をみたす x の値を求めよ。
- (3) (2) で求めた x に対して, $f'(x)$ の値を求めよ。
- (4) 定積分 $\int_0^\pi |f(x)| dx$ の値を求めよ。

第 4 問

原点を O とする複素数平面上で、 0 でない複素数 z, w の表す点をそれぞれ $P(z), Q(w)$ とする。 z に対して w を、 O を始点とする半直線 $OP(z)$ 上に $Q(w)$ があり、 $|w| = \frac{2}{|z|}$ をみたすように取る。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $w = \frac{2}{z}$ を示せ。
- (2) $\pm 2, \pm 2i$ の表す 4 点を頂点とする正方形の周上を点 $P(z)$ が動く。このとき、 $Q(w) = P(z)$ となる z を求めよ。
- (3) $P(z)$ が (2) の正方形の周上を動くとき、点 $Q(w)$ の描く図形を求めて図示せよ。