

入学試験過去問題

数 学

岡山大学（文系）

対象年度：2023 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

第 1 問

放物線 $C: y = x^2$ 上を動く 2 点 $P(s, s^2)$, $Q(t, t^2)$ を考える。ただし, $s < 0 < t$ とする。 P を通り, P における C の接線と垂直に交わる直線を ℓ_P とする。また, Q を通り, Q における C の接線と垂直に交わる直線を ℓ_Q とする。さらに, ℓ_Q は ℓ_P と垂直に交わるとする。以下の問いに答えよ。

- (1) ℓ_P の方程式を s を用いて表せ。
- (2) ℓ_Q の方程式を s を用いて表せ。
- (3) ℓ_P と ℓ_Q の交点を $R(x_0, y_0)$ とする。 x_0, y_0 を s を用いて表せ。
- (4) (3) の y_0 が最小となる s の値を求めよ。

第 2 問

数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 7a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定める。以下の問いに答えよ。
ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。

- (1) a_n が 89 桁の整数となるとき, n を求めよ。
- (2) n を (1) で求めたものとする。 a_n の 1 の位の数字を求めよ。
- (3) n を (1) で求めたものとする。 a_n の最高位の数字を求めよ。

第 3 問

座標空間において、3点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 1, 0)$, $B(1, -1, 0)$ がある。 r を正の実数とし、点 $P(a, b, c)$ が条件 $AP = BP = rOP$ を満たしながら動くとする。以下の問いに答えよ。

- (1) $r = 1$ のとき、 OP が最小になるような a, b, c を求めよ。
- (2) $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき、 a のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき、内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP}$ の最大値と最小値を求めよ。

第 4 問

箱の中に、1 から 3 までの数字を書いた札がそれぞれ 3 枚ずつあり、全部で 9 枚入っている。A, B の 2 人がこの箱から札を無作為に取り出す。A が 2 枚, B が 3 枚取り出すとき、以下の問いに答えよ。

- (1) A が持つ札の数字が同じである確率を求めよ。
- (2) A が持つ札の数字のいずれかが, B が持つ札の数字のいずれかと同じである確率を求めよ。