

2022年度入学試験問題

数 学

(文 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

ハート、スペード、クラブ、ダイヤの各マークのついた「A（エース）」、「2」、「3」のカードがそれぞれ1枚ずつ箱に入っている。カードは全部で12枚である。この箱から1枚ずつ無作為に取り出して、12枚のカードを横一列に並べる。以下の問いに答えよ。

- (1) 「A（エース）」のカードが4枚連続して並ぶ確率を求めよ。
- (2) どの2枚の「A（エース）」のカードも連続して並ばない確率を求めよ。
- (3) 「A（エース）」のカードの連続した並びが生じ、かつ、「A（エース）」のカードが3枚以上は連続して並ばない確率を求めよ。

2

三角形ABCにおいて、各辺の長さを $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ とし、 $a^2 = 5 - \sqrt{2} - \sqrt{6}$, $b^2 = 1$, $c^2 = 4$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $\cos \angle BAC$ の値を求めよ。
- (2) 三角形ABCの面積 S を求めよ。
- (3) $\angle BAC$ の大きさを求めよ。

3

数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2 + a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で、数列 $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ を

$$b_1 = c_1 = 1, \quad b_{n+1} = c_n, \quad c_{n+1} = b_n + 2c_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。以下の問いに答えよ。

- (1) すべての自然数 n について $a_n = \frac{b_n}{c_n}$ が成り立つことを示せ。
- (2) 数列 $\{\alpha b_n - c_n\}$ が等比数列となるような実数 α をすべて求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

4

a を実数とし、座標平面上の曲線

$$C : y = x^3 + (a + 2)x^2 + 2ax + 2$$

を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) a がどのような値をとっても曲線 C は 2 つの定点を通る。その 2 点の座標を求めよ。
- (2) (1) で求めた 2 点のうち、 x 座標の小さい方を点 A、もう一方を点 B とし、その 2 点を通る直線を L とする。曲線 C と直線 L が異なる 3 点で交わり、その交点がすべて線分 AB 上にあるような a の値の範囲を求めよ。
- (3) a の値が (2) で求めた範囲にあるとする。このとき、曲線 C と (2) で定めた直線 L で囲まれた部分の面積 $S(a)$ の最小値を求めよ。

