

2021 年度入学試験問題

数 学

(文 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は 1 冊 (4 ページ), 解答用紙は 4 枚, 下書き用紙は 3 枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は, 手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄 2 箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また, 答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後, 問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

2つのチーム S と T が野球の試合を繰り返し行い、先に 4 勝したチームを優勝とする。第 1, 2, 6, 7 戦は S のホームゲームであり、第 3, 4, 5 戦は T のホームゲームである。S のホームゲームで S が勝つ確率は $\frac{3}{5}$ であり、T のホームゲームで T が勝つ確率は $\frac{5}{6}$ とする。各試合で引き分けはないものとするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) どちらかの優勝が決まるまでに S が 1 勝以上する確率を求めよ。
- (2) T のホームゲームで T が優勝する確率を求めよ。
- (3) 第 1, 2 戦とも S が勝ち、かつ S が優勝する確率を求めよ。

2

xy 平面上の x 座標と y 座標が共に正の整数である点 (x, y) 全体の集合を D とする。 D に属する点 (x, y) に対して $x + y$ が小さいものから順に、また $x + y$ が等しい点の中では x が小さい順に番号をつけ、 n 番目 ($n = 1, 2, 3, \dots$) の点を P_n とする。例えば、 P_1, P_2, P_3 の座標は順に $(1, 1), (1, 2), (2, 1)$ である。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 座標が $(2, 4)$ である点は何番目か。また、 P_{10} の座標を求めよ。
- (2) 座標が (n, n) である点の番号を a_n とする。数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) (2) で定めた数列 $\{a_n\}$ に対し、 $\sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ。

3

以下の問いに答えよ。

- (1) n が整数のとき, n を 6 で割ったときの余りと n^3 を 6 で割ったときの余りは等しいことを示せ。
- (2) 整数 a, b, c が条件

$$a^3 + b^3 + c^3 = (c + 1)^3 \quad (*)$$

を満たすとき, $a + b$ を 6 で割った余りは 1 であることを示せ。

- (3) $1 \leq a \leq b \leq c \leq 10$ を満たす整数の組 (a, b, c) で, (2) の条件 (*) を満たすものをすべて求めよ。

4

2 次関数 $y = f(x)$ のグラフが 2 点 $(1, 1)$, $(-1, -1)$ を通るとする。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) 放物線 $y = f(x)$ の頂点の x 座標が $x > 0$ の範囲にあるとき, 頂点の y 座標の最小値を求めよ。
- (2) 放物線 $y = f(x)$ の頂点の y 座標が $0 \leq y \leq 2$ の範囲にあるとき, この放物線と直線 $y = x$ で囲まれた図形の面積の最大値と最小値を求めよ。

