

入学試験過去問題

数 学

岡山大学（文系）

対象年度：2020 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

第 1 問

1, 2, 3, 4 から等しい確率で数を選ぶ試行を考える。この試行を繰り返すとき、第 n 回目で選んだ数を r_n とおく。数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1$$

$$a_{n+1} = r_n a_n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

によって定める。以下の問いに答えよ。

- (1) $a_4 = 24$ となる確率を求めよ。
- (2) $a_5 = 24$ となる確率を求めよ。
- (3) $n \geq 6$ とし $a_n = 24$ となる確率を求めよ。

第 2 問

a, b, c を整数とし, 2 次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ を考える。ただし $a \neq 0$ である。 $|x| \leq 1$ を満たすすべての実数 x に対して $|f(x)| \leq 1$ が成り立つとする。以下の問いに答えよ。

(1) a, b, c を $f(1), f(-1), f(0)$ を用いて表せ。

(2) $f(x)$ をすべて求めよ。

第 3 問

a を実数とする。原点を O とする xy 平面において C を $x^2 - 4x + y^2 - 4y - 1 = 0$ で表される円とし、 ℓ を $3x - 4y + a = 0$ で表される直線とする。点 P を円 C の中心とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 円 C の半径と中心 P の座標を求めよ。
- (2) 円 C と直線 ℓ の共有点の個数を求めよ。
- (3) $a > 0$ とし、直線 ℓ が円 C と接しているとする。直線 ℓ に関して点 P と対称な点 Q をとる。このとき $\tan \angle POQ$ を求めよ。

第 4 問

s を実数とする。等式

$$f(x) = |x^2 - x| - s - \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} x\{f(t) - |t|\} dt$$

を満たす関数 $f(x)$ が与えられたとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ を求めよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフと x 軸が異なる 3 点で交わる s の値の範囲を求めよ。
- (3) s が (2) で求めた範囲にあるとする。 $y = f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれる部分の面積 $A(s)$ を求めよ。
- (4) (3) における $A(s)$ の最小値を与える s を求めよ。