

# 2020年度入学試験問題

## 数 学

(文 系)

試験時間 120 分

### 注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

**1**

1, 2, 3, 4 から等しい確率で数を選ぶ試行を考える。この試行を繰り返すとき、第  $n$  回目で選んだ数を  $r_n$  とおく。数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = 1$$

$$a_{n+1} = r_n a_n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

によって定める。以下の問いに答えよ。

- (1)  $a_4 = 24$  となる確率を求めよ。
- (2)  $a_5 = 24$  となる確率を求めよ。
- (3)  $n \geq 6$  とし  $a_n = 24$  となる確率を求めよ。

**2**

$a, b, c$  を整数とし、2 次関数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  を考える。ただし  $a \neq 0$  である。 $|x| \leq 1$  を満たすすべての実数  $x$  に対して  $|f(x)| \leq 1$  が成り立つとする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $a, b, c$  を  $f(1), f(-1), f(0)$  を用いて表せ。
- (2)  $f(x)$  をすべて求めよ。

3

$a$  を実数とする。原点を  $O$  とする  $xy$  平面において  $C$  を  $x^2 - 4x + y^2 - 4y - 1 = 0$  で表される円とし、 $\ell$  を  $3x - 4y + a = 0$  で表される直線とする。点  $P$  を円  $C$  の中心とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 円  $C$  の半径と中心  $P$  の座標を求めよ。
- (2) 円  $C$  と直線  $\ell$  の共有点の個数を求めよ。
- (3)  $a > 0$  とし、直線  $\ell$  が円  $C$  と接しているとする。直線  $\ell$  に関して点  $P$  と対称な点  $Q$  をとる。このとき  $\tan \angle POQ$  を求めよ。

4

$s$  を実数とする。等式

$$f(x) = |x^2 - x| - s - \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} x\{f(t) - |t|\} dt$$

を満たす関数  $f(x)$  が与えられたとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 関数  $f(x)$  を求めよ。
- (2)  $y = f(x)$  のグラフと  $x$  軸が異なる 3 点で交わる  $s$  の値の範囲を求めよ。
- (3)  $s$  が (2) で求めた範囲にあるとする。 $y = f(x)$  のグラフと  $x$  軸で囲まれる部分の面積  $A(s)$  を求めよ。
- (4) (3) における  $A(s)$  の最小値を与える  $s$  を求めよ。

