

2019年度入学試験問題

数 学

(文 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

x は $0 < x < 1$ を満たす実数とする。三辺の長さが $1, 1, 2x$ の二等辺三角形の内接円の半径を r , 外接円の半径を R とする。以下の問いに答えよ。

- (1) r と R を x を用いて表せ。
- (2) $\frac{r}{R}$ を最大にする x とそのときの $\frac{r}{R}$ の値を求めよ。

2

a, b を正の数とする。数列 $\{x_n\}$ を

$$\begin{aligned} x_1 &= a, & x_2 &= b, \\ x_{n+2} &= \frac{1 + x_{n+1}}{x_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{aligned}$$

により定める。以下の問いに答えよ。

- (1) x_6, x_7 を a, b を用いて表せ。
- (2) $a = 2$ とする。 x_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) がすべて自然数になるような b の値をすべて求めよ。

3

一辺の長さが1の正四面体OABCにおいて、辺OAの中点をD、辺OBを1:3に内分する点をE、辺OCを1:3に内分する点をFとする。 $\triangle DEF$ の重心をGとし、直線OGと $\triangle ABC$ の交点をHとする。以下の問いに答えよ。

- (1) ベクトル $\overrightarrow{OG}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ を用いて表せ。
- (2) 線分AHの長さを求めよ。

4

a を実数とする。座標平面上の放物線

$$C: y = 2x^2 + 4x + 3$$

と直線

$$L: y = -2ax - a^2$$

について、以下の問いに答えよ。

- (1) C と L が異なる2点で交わるような a の値の範囲を求めよ。
- (2) a の値が(1)の範囲にあるとする。 C と L で囲まれる図形の面積 S を最大にする a とそのときの S の値を求めよ。

