

2018年度入学試験問題

数 学

(文 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

関数 $f(x) = x^3 - 3x$ を考える。曲線 $C: y = f(x)$ 上の点 $A(t, f(t))$ における接線を L とする。ただし $0 < t < 1$ とする。曲線 C と接線 L の接点 A 以外の共有点を B とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 点 B の座標を t を用いて表せ。
- (2) 2 点 A, B の y 座標の差の絶対値が最大となる t の値を求めよ。

2

角 α は $0 \leq \alpha \leq \pi$ を満たし、 $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ とする。角 θ は $\alpha \leq \theta \leq \pi$ の範囲を動くとする。 $f(\theta) = \sin 2\theta - \sin \theta - \cos \theta + 2$ とおく。また、 $t = \sin \theta + \cos \theta$ とおく。以下の問いに答えよ。

- (1) $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ の値を求めよ。
- (2) t の値の範囲を求めよ。
- (3) $f(\theta)$ を t の式で表せ。
- (4) $f(\theta)$ の最小値を求めよ。

3

k を実数とし、 x についての 2 次方程式

$$x^2 - kx + 3k - 4 = 0$$

を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) $x^2 - kx + 3k - 4 = 0$ が虚数解をもつような k の値の範囲を求めよ。
- (2) $x^2 - kx + 3k - 4 = 0$ が虚数解 α をもち、 α^4 が実数になるような k の値をすべて求めよ。

4

xyz 空間内に 3 点 $A(2, 0, 1)$, $B(0, 3, -1)$, $C(0, 3, -3)$ がある。線分 BC 上の点を $P(0, 3, s)$ とおく。線分 AP を $t : (1 - t)$ に内分する点を Q とする。ただし、 t は $0 < t < 1$ を満たす。点 Q を中心とする半径 3 の球面を K とし、球面 K と xy 平面が交わってできる円の面積を S_1 、球面 K と yz 平面が交わってできる円の面積を S_2 とおく。以下の問いに答えよ。

- (1) 球面 K の方程式を求めよ。
- (2) S_1 を s と t の式で表せ。
- (3) 点 P は線分 BC 上で固定し、点 Q は線分 AP 上を動くものとする。 $S_1 + S_2$ が最大値をとる t を s の式で表せ。
- (4) (3) において点 Q が線分 AP の中点であるときに $S_1 + S_2$ が最大値をとるとする。このときの s の値を求めよ。

