

入学試験過去問題

数 学

岡山大学（文系）

対象年度：2017年

試験時間：120分

問題数：4問

第 1 問

a を実数とする。座標平面内の曲線 $C: y = x^3 - ax$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) $a = 5$ のとき、 C の接線で点 $(1, 0)$ を通るものの方程式を求めよ。
- (2) C の接線で点 $(1, 0)$ を通るものが 3 本存在するような a の範囲を求めよ。

第 2 問

自然数 a を 7 で割った余りを $R(a)$ と書くことにする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) すべての自然数 n に対して $R(2^{n+3}) = R(2^n)$ となることを示せ。
- (2) $R(2^{2017})$ を求めよ。
- (3) 自然数 m が $R(2^{2017}m + 2^{29}) = 5$ を満たすとき, $R(m)$ の値を求めよ。

第 3 問

a を実数とする。 x の 2 次関数 $f(x) = x^2 + ax + 1$ の区間 $a - 1 \leq x \leq a + 1$ における最小値を $m(a)$ とする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) $m\left(\frac{1}{2}\right)$ を求めよ。
- (2) $m(a)$ を a の値で場合分けして求めよ。
- (3) a が実数全体を動くとき、 $m(a)$ の最小値を求めよ。

第 4 問

座標平面の原点を $O(0, 0)$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 座標平面上の異なる 3 点 P, Q, R が

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{RQ} + |\overrightarrow{OR}|^2 - \overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OQ} = 0$$

を満たしているとする。このとき $\overrightarrow{RP} \perp \overrightarrow{RQ}$ となることを示せ。

- (2) 点 Q の座標を $(3, 4)$ とし、点 R は $|\overrightarrow{OR}| = 1$ を満たしているとする。さらに、 $|\overrightarrow{OP}| \leq 1$ を満たすすべての点 P に対して

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{RQ} + |\overrightarrow{OR}|^2 - \overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OQ} \leq 0$$

が成り立っているとする。このとき点 R の座標を求めよ。