

2017年度入学試験問題

数 学

(文 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

a を実数とする。座標平面内の曲線 $C : y = x^3 - ax$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) $a = 5$ のとき、 C の接線で点 $(1, 0)$ を通るものの方程式を求めよ。
- (2) C の接線で点 $(1, 0)$ を通るものが 3 本存在するような a の範囲を求めよ。

2

自然数 a を 7 で割った余りを $R(a)$ と書くことにする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) すべての自然数 n に対して $R(2^{n+3}) = R(2^n)$ となることを示せ。
- (2) $R(2^{2017})$ を求めよ。
- (3) 自然数 m が $R(2^{2017}m + 2^{29}) = 5$ を満たすとき、 $R(m)$ の値を求めよ。

3

a を実数とする。 x の 2 次関数 $f(x) = x^2 + ax + 1$ の区間 $a - 1 \leq x \leq a + 1$ における最小値を $m(a)$ とする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) $m\left(\frac{1}{2}\right)$ を求めよ。
- (2) $m(a)$ を a の値で場合分けして求めよ。
- (3) a が実数全体を動くとき、 $m(a)$ の最小値を求めよ。

4

座標平面の原点を $O(0, 0)$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 座標平面上の異なる 3 点 P, Q, R が

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{RQ} + |\overrightarrow{OR}|^2 - \overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OQ} = 0$$

を満たしているとする。このとき $\overrightarrow{RP} \perp \overrightarrow{RQ}$ となることを示せ。

- (2) 点 Q の座標を $(3, 4)$ とし、点 R は $|\overrightarrow{OR}| = 1$ を満たしているとする。さらに、 $|\overrightarrow{OP}| \leq 1$ を満たすすべての点 P に対して

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{RQ} + |\overrightarrow{OR}|^2 - \overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OQ} \leq 0$$

が成り立っているとする。このとき点 R の座標を求めよ。

