

入学試験過去問題

数 学

岡山大学（文系）

対象年度：2015 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

第 1 問

n を 2 以上の自然数とし, 1 から n までの自然数 k に対して, 番号 k をつけたカードをそれぞれ k 枚用意する。これらすべてを箱に入れ, 箱の中から 2 枚のカードを同時に引くとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 用意したカードは全部で何枚か答えよ。
- (2) 引いたカード 2 枚の番号が両方とも k である確率を n と k の式で表せ。
- (3) 引いたカード 2 枚の番号が一致する確率を n の式で表せ。
- (4) 引いたカード 2 枚の番号が異なっている確率を p_n とする。不等式 $p_n \geq 0.9$ を満たす最小の自然数 n の値を求めよ。

第 2 問

3 辺の長さが $AB = 3$, $BC = 5$, $CA = 7$ の三角形 ABC がある。辺 AB , BC , CA 上の点 P , Q , R を, $AP = BQ = CR = x$ となるようにとる。ただし, $0 < x < 3$ である。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\angle ABC$ の値を求めよ。
- (2) 三角形 BPQ の面積を x の式で表せ。
- (3) 三角形 PQR の面積が最小となるときの x の値を求めよ。

第 3 問

数列 $\{a_n\}$ は, 関係式

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2, \quad a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。 $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくとき, 次の問いに答えよ。

- (1) b_{n+1} と b_n の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

第 4 問

2 次関数 $y = f(x)$ のグラフは、上に凸であり、原点および点 $Q(a, 0)$ を通るものとする。ただし、 $0 < a < 1$ である。関数 $y = x^2$ のグラフを C 、関数 $y = f(x)$ のグラフを D とし、 C と D の共有点のうち、原点と異なるものを P とする。点 P における C の接線の傾きを m 、 D の接線の傾きを n とするとき

$$(2a - 1)m = 2an$$

が成り立つとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ を x と a の式で表せ。
- (2) $0 \leq x \leq a$ の範囲で、曲線 D と x 軸で囲まれた図形の面積を $S(a)$ とする。 $S(a)$ を a の式で表せ。
- (3) (2) で求めた $S(a)$ の $0 < a < 1$ における最大値を求めよ。