

2015年度入学試験問題

数 学

(文 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

n を 2 以上の自然数とし, 1 から n までの自然数 k に対して, 番号 k をつけたカードをそれぞれ k 枚用意する。これらすべてを箱に入れ, 箱の中から 2 枚のカードを同時に引くとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 用意したカードは全部で何枚か答えよ。
- (2) 引いたカード 2 枚の番号が両方とも k である確率を n と k の式で表せ。
- (3) 引いたカード 2 枚の番号が一致する確率を n の式で表せ。
- (4) 引いたカード 2 枚の番号が異なっている確率を p_n とする。不等式 $p_n \geq 0.9$ を満たす最小の自然数 n の値を求めよ。

2

3 辺の長さが $AB = 3$, $BC = 5$, $CA = 7$ の三角形 ABC がある。辺 AB , BC , CA 上の点 P , Q , R を, $AP = BQ = CR = x$ となるようにとる。ただし, $0 < x < 3$ である。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\angle ABC$ の値を求めよ。
- (2) 三角形 BPQ の面積を x の式で表せ。
- (3) 三角形 PQR の面積が最小となるときの x の値を求めよ。

3

数列 $\{a_n\}$ は、関係式

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2, \quad a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。 $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とおくとき、次の問いに答えよ。

- (1) b_{n+1} と b_n の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

4

2 次関数 $y = f(x)$ のグラフは、上に凸であり、原点および点 $Q(a, 0)$ を通るものとする。ただし、 $0 < a < 1$ である。関数 $y = x^2$ のグラフを C 、関数 $y = f(x)$ のグラフを D とし、 C と D の共有点のうち、原点と異なるものを P とする。点 P における C の接線の傾きを m 、 D の接線の傾きを n とするとき

$$(2a - 1)m = 2an$$

が成り立つとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ を x と a の式で表せ。
- (2) $0 \leq x \leq a$ の範囲で、曲線 D と x 軸で囲まれた図形の面積を $S(a)$ とする。 $S(a)$ を a の式で表せ。
- (3) (2) で求めた $S(a)$ の $0 < a < 1$ における最大値を求めよ。

