

# 入学試験過去問題

## 数 学

岡山大学（文系）

対象年度：2014年

試験時間：120分

問題数：4問

## 第 1 問

数列  $\{a_n\}$  が

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} - a_n = a_n(5 - a_{n+1}) \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たしているとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $n$  に関する数学的帰納法で、 $a_n > 0$ であることを証明せよ。
- (2)  $b_n = \frac{1}{a_n}$  とおくとき、 $b_{n+1}$  を  $b_n$  を用いて表せ。
- (3)  $a_n$  を求めよ。

## 第 2 問

四面体  $OABC$  において、 $AB$  の中点を  $P$ 、 $PC$  の中点を  $Q$ 、 $OQ$  を  $m:n$  に内分する点を  $R$  とする。ただし、 $m > 0$ 、 $n > 0$  とする。さらに直線  $AR$  が平面  $OBC$  と交わる点を  $S$  とする。 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ 、 $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ 、 $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$  において以下の問いに答えよ。

- (1)  $\overrightarrow{OP}$ 、 $\overrightarrow{OQ}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  を用いて表せ。
- (2)  $\overrightarrow{OR}$ 、 $\overrightarrow{OS}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 、 $m$ 、 $n$  を用いて表せ。
- (3)  $\frac{AR}{RS}$  を  $m$ 、 $n$  を用いて表せ。

### 第 3 問

関数  $f(x)$  を

$$f(x) = [x] + 2(x - [x]) - (x - [x])^2$$

と定める。ここで、 $[x]$  は  $n \leq x$  を満たす最大の整数  $n$  を表す。

- (1)  $f(x) \geq x$ であることを示せ。
- (2)  $f(x+1) = f(x) + 1$ であることを示せ。
- (3)  $0 \leq x \leq 2$ において  $y = f(x)$  のグラフを描け。
- (4)  $0 \leq a < 1$  とするとき、 $\int_a^{a+1} f(x) dx$  を求めよ。

## 第 4 問

A と B が続けて試合を行い、先に 3 勝した方が優勝するというゲームを考える。1 試合ごとに A が勝つ確率を  $p$ , B が勝つ確率を  $q$ , 引き分ける確率を  $1 - p - q$  とする。

- (1) 3 試合目で優勝が決まる確率を求めよ。
- (2) 5 試合目で優勝が決まる確率を求めよ。
- (3)  $p = q = \frac{1}{3}$  としたとき, 5 試合目が終了した時点でまだ優勝が決まらない確率を求めよ。
- (4)  $p = q = \frac{1}{2}$  としたとき, 優勝が決まるまでに行われる試合数の期待値を求めよ。