

2012年度入学試験問題

数 学

(文 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

a を正の定数とし、 x, y に関する次の不等式を考える。

$$3y \geq 5x \quad \dots\dots ①$$

$$4y \geq 7a \quad \dots\dots ②$$

$$x - y \geq 3 - a \quad \dots\dots ③$$

- (1) ①, ② を同時に満たす点 (x, y) のなす領域を xy 平面上に図示せよ。
 (2) ①, ②, ③ を同時に満たす実数の組 (x, y) が存在するような a の範囲を求めよ。

2

正 n 角形の頂点を $A_0, A_1, \dots\dots, A_{n-1}$ とする。頂点 $A_1, A_2, \dots\dots, A_{n-1}$ から 2 点を取り、それらと A_0 を頂点とする三角形を作る。このようにして得られる三角形の総数を a_n , そのうちの二等辺三角形の総数を b_n とする。ただし正三角形は二等辺三角形とみなす。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) a_6 および b_6 を求めよ。
 (2) 整数 $m \geq 3$ に対し、 $S = \sum_{k=3}^m a_k$ を求めよ。
 (3) b_9 を求めよ。

3

四角形 ABCD は平行四辺形ではないとし、辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ P, Q, R, S とする。

- (1) 線分 PR の中点 K と線分 QS の中点 L は一致することを示せ。
- (2) 線分 AC の中点 M と線分 BD の中点 N を結ぶ直線は点 K を通ることを示せ。

4

$0 \leq a \leq 1$ に対して

$$f(a) = \int_0^1 |(x-a)(x-3+a)| dx$$

と定める。 $f(a)$ の最大値と最小値を求めよ。

