

入学試験過去問題

数 学

岡山大学（文系）

対象年度：2009 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

第 1 問

1 から 6 までの目があるさいころがある。さいころを振って出た目が k のとき、単位円周上の点 P が原点を中心として正の向きに角 $\frac{\pi}{k}$ だけ回転する。点 P の最初の位置を P_0 として、次の問いに答えよ。

- (1) さいころを何回か振って、点 P の回転した角の合計が $\frac{\pi}{2}$ となるための目の出方を列挙せよ。
- (2) さいころを n 回振って移動した後の位置を P_n とする。 $P_4 = P_0$ となる目の出方は何通りあるか。
- (3) さいころを 2 回振ったところ、1 回目は 4 の目、2 回目は 3 の目が出た。そのとき、三角形 $P_1P_2P_3$ の面積を最大にするような、3 回目のさいころの目は何か。理由を付けて答えよ。

第 2 問

三角形の各頂点から対辺またはその延長に下ろした垂線は、1 点で交わることが知られている。この交点を三角形の「垂心」という。

いま、座標平面上の曲線 $K : y = \frac{1}{x}$ 上に 3 つの頂点 $A \left(a, \frac{1}{a} \right)$, $B \left(b, \frac{1}{b} \right)$, $C \left(c, \frac{1}{c} \right)$ をもつ三角形を考える。このとき次の問いに答えよ。

- (1) 三角形 ABC の垂心 H は、曲線 K 上にあることを示せ。
- (2) 三角形 ABH の垂心は、点 C に一致することを示せ。

第 3 問

実数 x_i, a_i, b_i, c_i ($i = 1, 2, 3$) は、以下の条件 (い)~(に) を満たすものとする。

(い) $x_1 \leq x_2 \leq x_3$

(ろ) $i = 1, 2, 3$ に対して $a_i \geq 0, b_i \geq 0, c_i \geq 0$

(は) $i = 1, 2, 3$ に対して $a_i + b_i + c_i = 1$

(に) $a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3 = c_1 + c_2 + c_3 = 1$

実数 y_i ($i = 1, 2, 3$) を

$$y_1 = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3,$$

$$y_2 = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3,$$

$$y_3 = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3,$$

により定義する。このとき次の問いに答えよ。

(1) $y_1 + y_2 + y_3 = x_1 + x_2 + x_3$ を示せ。

(2) $y_1 \geq x_1$ を示せ。

(3) $y_1 + y_2 \geq x_1 + x_2$ を示せ。

第 4 問

次の問いに答えよ。

- (1) a を実数とする。 $x \leq 0$ において、常に $x^3 + 4x^2 \leq ax + 18$ が成り立っているものとする。このとき、 a の取りうる値の範囲を求めよ。
- (2) (1) で求めた範囲にある a のうち、最大のものを a_0 とするとき、不等式

$$x^3 + 4x^2 \leq a_0x + 18$$

を解け。