

2006 年度入学試験問題

数 学

(文 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は 1 冊 (4 ページ), 解答用紙は 4 枚, 下書き用紙は 3 枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は, 手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄 2 箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また, 答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後, 問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

次の問いに答えよ。

- (1) x の方程式 $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 - 3\left(x - \frac{1}{x}\right) + 2 = 0$ の実数解をすべて求めよ。
- (2) $t = x - \frac{1}{x}$ とするとき, $(x - a)^2 + \left(\frac{1}{x} + a\right)^2$ を a と t の式で表せ。
- (3) 座標平面上の円 $C_1 : (x - a)^2 + (y + a)^2 = r^2$ と関数 $y = \frac{1}{x}$ のグラフ C_2 が, ちょうど 2 個の共有点をもつとき, 円 C_1 の半径 r を a の式で表せ。

2

自然数 n, k が $n \geq k$ をみたすとき, ${}_nC_k$ は二項係数を表す。次の問いに答えよ。

- (1) 不等式 $a > b > c$ と等式 ${}_aC_3 + {}_bC_2 + {}_cC_1 = 29$ をともにみたす 3 つの自然数の組 (a, b, c) を 1 つ求めよ。
- (2) n を自然数とする。次の等式を証明せよ。

$${}_{n+3}C_3 = {}_{n+2}C_3 + {}_{n+1}C_2 + {}_nC_1 + 1$$

- (3) 自然数 a, b, c, d は $a > b > c > d$ をみたすとする。このとき, 次の不等式を証明せよ。

$${}_aC_3 > {}_bC_3 + {}_cC_2 + {}_dC_1$$

3

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & (|x| \leq 1) \\ 0 & (|x| > 1) \end{cases}$$

と定め,

$$g(x) = \int_0^1 f(t - x) dt$$

とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。
- (2) $g(1)$ の値を求めよ。
- (3) $y = g(x)$ のグラフの概形を描け。

4

座標平面上に 2 点 $A(1, 0)$, $B(-b, 0)$ をとる。ただし、 $b > 0$ とする。点 A を中心とし原点 $O(0, 0)$ を通る円 C_1 と、点 B を中心とし点 A を通る円 C_2 を描く。円 C_1 と円 C_2 との交点のうち第一象限にあるものを P とし、三角形 POA において $\angle POA$ を θ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 P の x 座標を b の式で表せ。
- (2) $\sin \theta$ を b の式で表せ。
- (3) 点 B と直線 AP の距離が $\frac{20}{9}$ であるとき、 b の値と $\sin \theta$ の値を求めよ。

