

# 2005年度入学試験問題

## 数 学

(文 系)

試験時間 120 分

### 注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

次の問いに答えよ。

- (1) 英語の本と日本語の本が全部で 10 冊ある。その中から 3 冊取り出すとき、英語の本が 2 冊と日本語の本が 1 冊である確率が、 $\frac{7}{40}$  となる。このとき、日本語の本は何冊あるか答えよ。
- (2) 各組が 12 枚ずつからなる赤、青、黄色の 3 組のカードがあり、各組ごとに 1 から 12 までの異なる数がひとつずつカードに書かれている。それぞれの色のカードの組から 1 枚ずつ取り出すとき、数の合計が 15 となる取り出し方は何通りあるか答えよ。

2

$\theta$  を  $0^\circ < \theta < 180^\circ$  とする。2 つの数列  $\{x_n\}$ ,  $\{y_n\}$  を

$$x_1 = \cos \theta, \quad y_1 = \sin \theta$$

$$x_{n+1} = \sqrt{\frac{1+x_n}{2}}, \quad y_{n+1} = \frac{y_n}{2x_{n+1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。次の問いに答えよ。

- (1)  $x_2, y_2$  を計算せよ。さらに、一般項  $x_n, y_n$  を求めよ。
- (2)  $n \geq 7$  ならば、 $(x_n + y_n i)^{4n} = i$  とはならないことを示せ。ただし、 $i = \sqrt{-1}$  は虚数単位とする。
- (3)  $\theta$  が  $90^\circ < \theta < 180^\circ$  の範囲にあるとき、 $(x_n + y_n i)^{4n} = i$  となる  $n$  と  $\theta$  を求めよ。

3

関数  $f(x) = x^3 - ax^2 + b$  の極大値が 5, 極小値が 1 となる時, 定数  $a, b$  の値を求めよ。

4

2つの単位ベクトル  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  のなす角を  $\theta$  とする。次の問いに答えよ。

- (1) 2 次関数  $f(x) = \left| x\vec{a} + \vec{b} \right|^2$  の  $x \geq 0$  における最小値を求めよ。
- (2)  $\theta$  が  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  の範囲を動くとき, 放物線  $y = f(x)$  の頂点が描く軌跡を求めよ。
- (3) (2) で求めた軌跡と  $x$  軸が囲む図形の面積を求めよ。

