

# 入学試験過去問題

## 数 学

岡山大学（文系）

対象年度：2004年

試験時間：120分

問題数：4問

## 第 1 問

放物線  $y = x^2$  上に 2 点  $A(-1, 1)$ ,  $B(2, 4)$  をとる。放物線の  $A$  における接線を  $\ell$  とする。線分  $AB$  上に  $A$ ,  $B$  と異なる点  $P$  をとる。 $P$  を通り  $y$  軸に平行な直線が  $\ell$  と交わる点を  $Q$  とし、放物線と交わる点を  $R$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\ell$  の方程式を求めよ。
- (2)  $QR : RP = AP : PB$  であることを示せ。

## 第 2 問

定数  $a$  は、 $0 < a < 1$  を満たすものとする。空間に、次の 3 つのグループからなる 12 点をとる。

$$X = \{(1, a, 0), (1, -a, 0), (-1, a, 0), (-1, -a, 0)\}$$

$$Y = \{(0, 1, a), (0, 1, -a), (0, -1, a), (0, -1, -a)\}$$

$$Z = \{(a, 0, 1), (-a, 0, 1), (a, 0, -1), (-a, 0, -1)\}$$

これらの 12 点から異なる 2 点を選ぶ選び方は

(ア) 同一グループ内の 2 点となる場合

(イ) 異なるグループから 1 点ずつの 2 点となる場合

の 2 種類に分けられる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) (ア), (イ) それぞれの場合の数を求めよ (答のみでよい)。
- (2) (ア) の場合、2 点間の距離が最小となる選び方は何通りあるか。また、その距離を求めよ。
- (3) (イ) の場合、2 点間の距離が最小となる選び方は何通りあるか。また、その距離を求めよ。
- (4) (2) で求めた距離と (3) で求めた距離が等しくなるように  $a$  の値を定めよ。また、そのとき選んだ 2 点の位置ベクトルのなす角を  $\theta$  として、 $\cos \theta$  の値を求めよ。ただし、位置ベクトルは原点  $O$  を基準とする。

### 第 3 問

数列  $\{a_n\}$  を  $a_n = n^2 + 1$  で定め、数列  $\{b_n\}$  を  $b_n = 3n^2 + 3$  で定める。これら 2 つの数列の項を小さい順に並べてできる新しい数列を  $\{c_n\}$  とする。たとえば、初めの 3 項は、 $c_1 = 2$ ,  $c_2 = 5$ ,  $c_3 = 6$  となっている。このうち、 $\{a_n\}$  から来る項は  $c_1 = a_1$ ,  $c_2 = a_2$ ,  $\{b_n\}$  から来る項は  $c_3 = b_1$  である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $c_4$ ,  $c_5$ ,  $c_6$  を求めよ。
- (2)  $n = 3k$ ,  $3k - 1$ ,  $3k - 2$  ( $k$  は自然数) の場合に分けて考えることにより、 $a_n$  は 3 の倍数ではなく、したがって  $a_n$  は  $\{b_n\}$  のどの項とも一致しないことを示せ。
- (3)  $\{c_n\}$  において、 $\{b_n\}$  から来る項は連続して 2 個以上並ばないことを、背理法を用いて示せ。

## 第 4 問

$z$  を 0 でない複素数とする。

- (1)  $z$  の絶対値を  $r$ , 偏角を  $\theta$  ( $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ ) とするとき,  $\frac{z}{4} + \frac{4}{z}$  が実数となるような  $r$  と  $\theta$  を求めよ。
- (2)  $\frac{z}{4} + \frac{4}{z}$  が実数で, その値が 0 以上 4 以下であるような点  $z$  はどのような図形を描くか。複素数平面上に図示せよ。