

入学試験過去問題

数 学

岡山大学（文系）

対象年度：2001 年

試験時間：120 分

問題数：4 問

第 1 問

n を自然数とする。 $f(x)$ は 2 次関数で、曲線 $y = f(x)$ は座標平面上の 3 点 $(-1, 0)$, $(0, 1)$, (n, n) を通るとする。

(1) 2 次関数 $f(x)$ を求めよ。

(2) この関数 $f(x)$ について

$$S = f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(n)$$

の値を n を用いて表せ。

(3) (2) で求めた S の値が整数であるためには、 $n + 2$ が 3 の倍数であることが必要十分である。このことを証明せよ。

第 2 問

関数 $f(x)$ を次のように定義する。

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 7x + 4 & (x \leq 1 \text{ の場合}) \\ x & (x > 1 \text{ の場合}) \end{cases}$$

このとき、次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ のグラフの概形を描け。

(2) 実数 t に対して $F(t)$ を

$$F(t) = \int_t^{t+1} f(x) dx$$

で定義するとき、関数 $F(t)$ の増減を調べ、そのグラフの概形を描け。また、 $F(t)$ の最小値を求めよ。

第 3 問

複素数平面において、複素数 $z = x + iy$ (x, y は実数, i は虚数単位) が直線 $y = 1$ の上を動くとき、 $\frac{1}{z^2}$ が描く図形を C とする。

- (1) C が実軸に関して対称であることを証明せよ。
- (2) C 上の点に対応する複素数の絶対値を r , 偏角を θ とするとき, r を θ で表せ。

第 4 問

1 辺の長さが a の正方形の板が 1 枚ある。この板から、1 辺の長さが x の正三角形 4 枚を切り出して正四面体をつくることを考える。次の問いに答えよ。ただし、板の厚さは無視する。

- (1) 図 1 のように正三角形 2 枚で平行四辺形をつくり、これを単位として切り出すとする。ただし、平行四辺形の 1 辺は正方形の辺上にとるものとする。このとき、正四面体の体積が最大となるような x と、そのときの体積を求めよ。
- (2) 図 2 のように各三角形の 1 辺を正方形の各辺上にとり、切り出すとする。正四面体の体積が最大となるような x を求めよ。

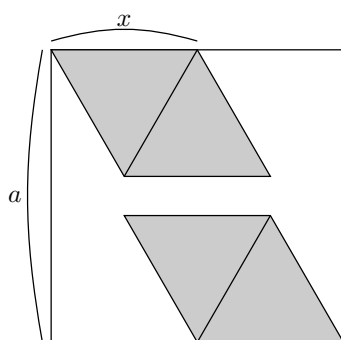


図 1

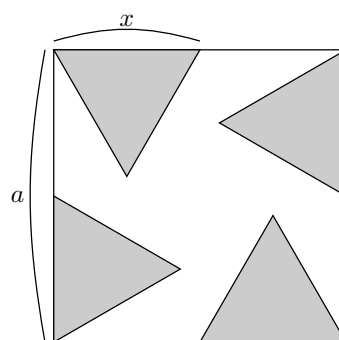


図 2