

2001 年度入学試験問題

数 学

(文 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は 1 冊 (4 ページ), 解答用紙は 4 枚, 下書き用紙は 3 枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は, 手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄 2 箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また, 答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後, 問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

n を自然数とする。 $f(x)$ は 2 次関数で、曲線 $y = f(x)$ は座標平面上の 3 点 $(-1, 0)$, $(0, 1)$, (n, n) を通るとする。

- (1) 2 次関数 $f(x)$ を求めよ。
- (2) この関数 $f(x)$ について

$$S = f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(n)$$

の値を n を用いて表せ。

- (3) (2) で求めた S の値が整数であるためには、 $n + 2$ が 3 の倍数であることが必要十分である。このことを証明せよ。

2

関数 $f(x)$ を次のように定義する。

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 7x + 4 & (x \leq 1 \text{ の場合}) \\ x & (x > 1 \text{ の場合}) \end{cases}$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ のグラフの概形を描け。
- (2) 実数 t に対して $F(t)$ を

$$F(t) = \int_t^{t+1} f(x) dx$$

で定義するとき、関数 $F(t)$ の増減を調べ、そのグラフの概形を描け。また、 $F(t)$ の最小値を求めよ。

3

複素数平面において、複素数 $z = x + iy$ (x, y は実数, i は虚数単位) が直線 $y = 1$ の上を動くとき、 $\frac{1}{z^2}$ が描く図形を C とする。

- (1) C が実軸に関して対称であることを証明せよ。
- (2) C 上の点に対応する複素数の絶対値を r 、偏角を θ とするとき、 r を θ で表せ。

4

1 辺の長さが a の正方形の板が 1 枚ある。この板から、1 辺の長さが x の正三角形 4 枚を切り出して正四面体をつくることを考える。次の問いに答えよ。ただし、板の厚さは無視する。

- (1) 図 1 のように正三角形 2 枚で平行四辺形をつくり、これを単位として切り出すとする。ただし、平行四辺形の 1 辺は正方形の辺上にとるものとする。このとき、正四面体の体積が最大となるような x と、そのときの体積を求めよ。
- (2) 図 2 のように各三角形の 1 辺を正方形の各辺上にとり、切り出すとする。正四面体の体積が最大となるような x を求めよ。

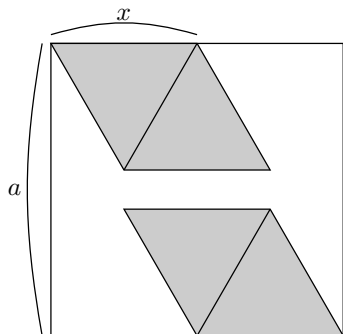


図 1

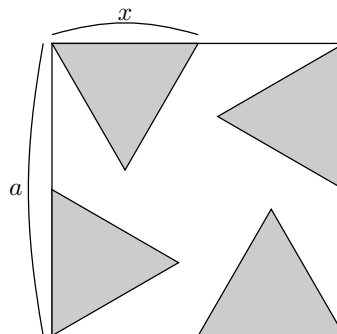


図 2

