

2000年度入学試験問題

数 学

(文 系)

試験時間 120 分

注 意

- 1 問題冊子は1冊(4ページ)、解答用紙は4枚、下書き用紙は3枚です。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等により解答できない場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 すべての解答用紙の受験番号記入欄2箇所に受験番号を正しく記入しなさい。
- 4 解答は指定された解答用紙の解答欄に書きなさい。裏面は採点の対象になりません。また、答だけではなく途中の手順や考え方も記述しなさい。
- 5 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は必ず持ち帰りなさい。

1

数列 $\{a_n\}$ は、初項 $a_1 = 6$ で漸化式

$$a_{n+1} - a_n = 2n + 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

をみたす。また、数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \frac{1}{a_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) と定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の第 n 項 a_n を求めよ。
- (2) 数列 $\{b_n\}$ の第 $n + 1$ 項 b_{n+1} から第 $2n$ 項 b_{2n} までの和を求めよ。

2

三角錐 ABCD において、 $AB = AC = AD = 3$ 、 $BC = CD = DB = 2$ とする。また、辺 BC を $1 : 3$ に内分する点を E とする。このとき、三角形 ADE に対して次の問いに答えよ。

- (1) 辺 DE, AE の長さを求めよ。
- (2) 三角形 ADE の面積を求めよ。

3

次の問いに答えよ。ただし、 i は虚数単位とする。

- (1) 自然数 n に対して

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

が成り立つことを、数学的帰納法を用いて証明せよ。

- (2) $z = \cos \frac{45^\circ}{2} + i \sin \frac{45^\circ}{2}$ とするとき、 z^8 の値を求めよ。また、 $z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6 + z^7$ の実部を求めよ。

4

xy 平面上の曲線 $C: y = |2x - 1| - x^2 + 2x + 1$ について次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 C の概形を描け。
- (2) 直線 $l: y = ax + b$ が曲線 C と相異なる 2 点において接するときの a, b の値を求めよ。
- (3) (2) の直線 l と曲線 C で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

