

入学試験過去問題  
数 学

名古屋大学（理系）

対象年度：2026年

試験時間：150分

問題数：4問

## 第 1 問

点  $O$  を原点とする  $xy$  平面において、曲線  $y = \frac{1}{x}$  の第 1 象限にある部分を  $C$  とし、 $C$  上の 2 点  $A\left(a, \frac{1}{a}\right)$ ,  $B\left(b, \frac{1}{b}\right)$  (ただし  $0 < a < 1$ ,  $a < b$ ) を考える。 $\theta = \angle BOA$  とおき、2 直線  $OA$ ,  $OB$  と  $C$  で囲まれた部分の面積を  $S$  とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $S$  を  $a, b$  を用いて表せ。
- (2)  $\theta = \frac{\pi}{4}$  であるとき、 $b$  を  $a$  を用いて表せ。
- (3) 2 点  $A, B$  が  $C$  上を  $\theta = \frac{\pi}{4}$  をみたしながら動くとき、 $S$  の最小値を与える  $a$  の値を求めよ。

## 第 2 問

$a$  を実数とする。空間内の 3 点  $A(2, 1, 3)$ ,  $B(a+2, 3, 4)$ ,  $C(1, 0, 0)$  を含む平面を  $H$  とし, 2 点  $D(-1, 2, 1)$ ,  $E(-3, 1, 0)$  を通る直線を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) 平面  $H$  が直線  $DE$  と共有点をもつための,  $a$  の条件を求めよ。
- (2) 平面  $H$  が線分  $DE$  (両端を含む) と共有点をもつための,  $a$  の条件を求めよ。

### 第 3 問

整数の組  $(a, b, c)$  に対して、次の条件 (\*) を考える。

- (\*)  $a, b, c$  は 1 以上の整数であり、 $a$  と  $b$  の最大公約数、 $a$  と  $c$  の最大公約数、 $b$  と  $c$  の最大公約数はそれぞれ 1 である。

以下の問いに答えよ。ただし、組  $(a, b, c)$  と  $(d, e, f)$  は  $a = d, b = e, c = f$  のとき、かつこのときに限り等しい。

- (1) 条件 (\*) かつ  $abc = 120$  をみたす組  $(a, b, c)$  のうちで、 $a \leq b \leq c$  をみたすものをすべて求めよ。
- (2)  $N$  を 2 以上の整数とし、 $N$  以下の素数の個数を  $m$  とする。条件 (\*) かつ  $abc = N!$  をみたす組  $(a, b, c)$  の個数を  $m$  を用いて表せ。
- (3)  $N$  を 2 以上の整数とし、 $N$  以下の素数の個数を  $m$  とする。条件 (\*) かつ  $abc = N!$  をみたす組  $(a, b, c)$  のうちで、 $a \leq b \leq c$  をみたすものの個数を  $m$  を用いて表せ。

## 第 4 問

$xy$  平面上を次の規則 (i), (ii) に従って移動する点 A を考える。

- (i) 時刻 0 で点 A は原点にある。
- (ii) ある時刻  $k$  において点 A が  $(x, y)$  にあるとき, 時刻が 1 増えると点 A は 3 点  $(x+1, y)$ ,  $(x+1, y+1)$ ,  $(x, y+1)$  のいずれかにそれぞれ  $\frac{1}{3}$  の確率で移動する。

1 以上の整数  $n$  に対して, 次の条件 (\*) が成り立つ確率を  $P_n$  とする。

(\*) 時刻 0 から時刻  $n$  まで点 A はつねに  $-1 \leq y - x \leq 1$  で定まる領域にある。

このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1)  $P_1, P_2, P_3$  を求めよ。
- (2) 1 以上の整数  $n$  に対して, 条件 (\*) が成り立ちかつ時刻  $n$  で点 A が直線  $y - x = 0$  上にある確率を  $a_n$  とする。また, 条件 (\*) が成り立ちかつ時刻  $n$  で点 A が直線  $y - x = 1$  上または直線  $y - x = -1$  上にある確率を  $b_n$  とする。 $a_{n+1}, b_{n+1}$  を  $a_n, b_n$  を用いて表せ。
- (3)  $P_{n+2}$  を  $P_{n+1}, P_n$  を用いて表せ。
- (4)  $\alpha = \frac{1+\sqrt{2}}{3}$  とおくと,

$$P_n \leq \alpha^{n-1}$$

が 1 以上のすべての整数  $n$  に対して成り立つことを証明せよ。