# 入 学 試 験 過 去 問 題

# 数　学

# 名古屋大学（理系）

対象年度： 2022 年

試験時間： 150 分

問題数： 4 問

# 第　1　問

$a$, $b$ を実数とする。

(1)　整式 $x^3$ を 2 次式 $(x-a)^2$ で割ったときの余りを求めよ。

(2)　実数を係数とする 2 次式 $f(x)=x^2+\alpha x+\beta$ で整式 $x^3$ を割ったときの余りが $3x+b$ とする。$b$ の値に応じて，このような $f(x)$ が何個あるかを求めよ。

## 第　2　問

1つのサイコロを3回投げる。1回目に出る目を $a$，2回目に出る目を $b$，3回目に出る目を $c$ とする。なおサイコロは1から6までの目が等しい確率で出るものとする。

(1)　$ab + 2c \geqq abc$ となる確率を求めよ。

(2)　$ab + 2c$ と $2abc$ が互いに素となる確率を求めよ。

## 第　3　問

複素数平面上に，原点 O を頂点の 1 つとする正六角形 OABCDE が与えられている。ただしその頂点は時計の針の進む方向と逆向きに O，A，B，C，D，E とする。互いに異なる 0 でない複素数 $\alpha$，$\beta$，$\gamma$ が，

$$0 \leqq \arg\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \leqq \pi, \quad 4\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = 0, \quad 2\gamma^2 - (3\alpha + \beta + 2)\gamma + (\alpha + 1)(\alpha + \beta) = 0$$

を満たし，$\alpha$，$\beta$，$\gamma$ のそれぞれが正六角形 OABCDE の頂点のいずれかであるとする。

(1)　$\dfrac{\beta}{\alpha}$ を求め，$\alpha$，$\beta$ がそれぞれどの頂点か答えよ。

(2)　組 $(\alpha,\ \beta,\ \gamma)$ をすべて求め，それぞれの組について正六角形 OABCDE を複素数平面上に図示せよ。

## 第　4　問

関数 $f(x)$ は区間 $x \geqq 0$ において連続な増加関数で $f(0)=1$ を満たすとする。ただし $f(x)$ が区間 $x \geqq 0$ における増加関数であるとは，区間内の任意の実数 $x_1$，$x_2$ に対し $x_1 < x_2$ ならば $f(x_1) < f(x_2)$ が成り立つときをいう。以下，$n$ は正の整数とする。

(1)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^{2-\frac{1}{n}} \frac{f(x)}{2-x}\,dx = \infty$ を示せ。

(2)　区間 $y > 2$ において関数 $F_n(y)$ を $\displaystyle F_n(y) = \int_{2+\frac{1}{n}}^{y} \frac{f(x)}{x-2}\,dx$ と定めるとき，$\displaystyle\lim_{y\to\infty} F_n(y) = \infty$ を示せ。また $2+\dfrac{1}{n}$ より大きい実数 $a_n$ で

$$\int_0^{2-\frac{1}{n}} \frac{f(x)}{2-x}\,dx + \int_{2+\frac{1}{n}}^{a_n} \frac{f(x)}{2-x}\,dx = 0$$

を満たすものがただ 1 つ存在することを示せ。

(3)　(2) の $a_n$ について，不等式 $a_n < 4$ がすべての $n$ に対して成り立つことを示せ。