

入学試験過去問題

数 学

名古屋大学（理系）

対象年度：2016 年

試験時間：150 分

問題数：4 問

第 1 問

曲線 $y = x^2$ 上に 2 点 $A(-2, 4)$, $B(b, b^2)$ をとる。ただし $b > -2$ とする。このとき、次の条件を満たす b の範囲を求めよ。

条件： $y = x^2$ 上の点 $T(t, t^2)$ ($-2 < t < b$) で、 $\angle ATB$ が直角になるものが存在する。

第 2 問

2つの円 $C : (x - 1)^2 + y^2 = 1$ と $D : (x + 2)^2 + y^2 = 7^2$ を考える。また原点を $O(0, 0)$ とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 円 C 上に、 y 座標が正であるような点 P をとり、 x 軸の正の部分と線分 OP のなす角を θ とする。このとき、点 P の座標と線分 OP の長さを θ を用いて表せ。
- (2) (1) でとった点 P を固定したまま、点 Q が円 D 上を動くとき、 $\triangle OPQ$ の面積が最大になるときの Q の座標を θ を用いて表せ。
- (3) 点 P が円 C 上を動き、点 Q が円 D 上を動くとき、 $\triangle OPQ$ の面積の最大値を求めよ。

ただし (2), (3) においては、3点 O, P, Q が同一直線上にあるときは、 $\triangle OPQ$ の面積は 0 であるとする。

第 3 問

玉が 2 個ずつ入った 2 つの袋 A, B があるとき, 袋 B から玉を 1 個取り出して袋 A に入れ, 次に袋 A から玉を 1 個取り出して袋 B に入れる, という操作を 1 回の操作と数えることにする。A に赤玉が 2 個, B に白玉が 2 個入った状態から始め, この操作を n 回繰り返した後に袋 B に入っている赤玉の個数が k 個である確率を $P_n(k)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) $k = 0, 1, 2$ に対する $P_1(k)$ を求めよ。
- (2) $k = 0, 1, 2$ に対する $P_n(k)$ を求めよ。

第 4 問

次の問に答えよ。ただし 2 次方程式の重解は 2 つと数える。

- (1) 次の条件 (*) を満たす整数 a, b, c, d, e, f の組をすべて求めよ。

(*) 2 次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の 2 つの解が c, d である。

2 次方程式 $x^2 + cx + d = 0$ の 2 つの解が e, f である。

2 次方程式 $x^2 + ex + f = 0$ の 2 つの解が a, b である。

- (2) 2 つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ は、次の条件 (**) を満たすとする。

(**) すべての正の整数 n について、 a_n, b_n は整数であり、2 次方程式 $x^2 + a_n x + b_n = 0$ の 2 つの解が a_{n+1}, b_{n+1} である。

このとき、

- (i) 正の整数 m で、 $|b_m| = |b_{m+1}| = |b_{m+2}| = \cdots$ となるものが存在することを示せ。

- (ii) 条件 (**) を満たす数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の組をすべて求めよ。