

入学試験過去問題

数 学

名古屋大学（理系）

対象年度：2015 年

試験時間：150 分

問題数：4 問

第 1 問

次の問に答えよ。

- (1) 関数 $f(x) = x^{-2} 2^x$ ($x \neq 0$) について, $f'(x) > 0$ となるための x に関する条件を求めよ。
- (2) 方程式 $2^x = x^2$ は相異なる 3 個の実数解をもつことを示せ。
- (3) 方程式 $2^x = x^2$ の解で有理数であるものをすべて求めよ。

第 2 問

次の問に答えよ。

- (1) $\alpha = \sqrt{13} + \sqrt{9 + 2\sqrt{17}} + \sqrt{9 - 2\sqrt{17}}$ とするとき、整数係数の 4 次多項式 $f(x)$ で $f(\alpha) = 0$ となるもののうち、 x^4 の係数が 1 であるものを求めよ。

- (2) 8 つの実数

$$\pm\sqrt{13} \pm \sqrt{9 + 2\sqrt{17}} \pm \sqrt{9 - 2\sqrt{17}}$$

(ただし、複号 $\pm$ はすべての可能性にわたる) の中で、(1) で求めた $f(x)$ に対して方程式 $f(x) = 0$ の解となるものをすべて求め、それ以外のものが解でないことを示せ。

- (3) (2) で求めた $f(x) = 0$ の解の大小関係を調べ、それらを大きい順に並べよ。

第 3 問

e を自然対数の底とし, t を $t > e$ となる実数とする。このとき, 曲線 $C: y = e^x$ と直線 $y = tx$ は相異なる 2 点で交わるので, 交点のうち x 座標が小さいものを P, 大きいものを Q とし, P, Q の x 座標をそれぞれ α, β ($\alpha < \beta$) とする。また, P における C の接線と Q における C の接線との交点を R とし,

曲線 C , x 軸および 2 つの直線 $x = \alpha, x = \beta$ で囲まれる部分の面積を S_1 ,

曲線 C および 2 つの直線 PR, QR で囲まれる部分の面積を S_2

とする。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) $\frac{S_2}{S_1}$ を α と β を用いて表せ。
- (2) $\alpha < \frac{e}{t}, \beta < 2 \log t$ となることを示し, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S_2}{S_1}$ を求めよ。必要ならば, $x > 0$ のとき $e^x > x^2$ であることを証明なしに用いてよい。

第 4 問

数直線上にある 1, 2, 3, 4, 5 の 5 つの点と 1 つの石を考える。石がいずれかの点にあるとき、

- 石が点 1 にあるならば、確率 1 で点 2 に移動する
- 石が点 k ($k = 2, 3, 4$) にあるならば、確率 $\frac{1}{2}$ で点 $k - 1$ に、確率 $\frac{1}{2}$ で点 $k + 1$ に移動する
- 石が点 5 にあるならば、確率 1 で点 4 に移動する

という試行を行う。石が点 1 にある状態から始め、この試行を繰り返す。また、石が移動した先の点に印をつけていく（点 1 には初めから印がついているものとする）。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 試行を 6 回繰り返した後に、石が点 k ($k = 1, 2, 3, 4, 5$) にある確率をそれぞれ求めよ。
- (2) 試行を 6 回繰り返した後に、5 つの点すべてに印がついている確率を求めよ。
- (3) 試行を n 回 ($n \geq 1$) 繰り返した後に、ちょうど 3 つの点に印がついている確率を求めよ。