

# 入学試験過去問題

## 数 学

名古屋大学（理系）

対象年度：2014 年

試験時間：150 分

問題数：4 問

## 第 1 問

空間内にある半径 1 の球（内部を含む）を  $B$  とする。直線  $\ell$  と  $B$  が交わり、その交わりは長さ  $\sqrt{3}$  の線分である。

- (1)  $B$  の中心と  $\ell$  との距離を求めよ。
- (2)  $\ell$  のまわりに  $B$  を 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

## 第 2 問

実数  $t$  に対して 2 点  $P(t, t^2)$ ,  $Q(t+1, (t+1)^2)$  を考える。 $t$  が  $-1 \leq t \leq 0$  の範囲を動くとき、線分  $PQ$  が通過してできる図形を図示し、その面積を求めよ。

### 第 3 問

$xy$  平面の  $y \geq 0$  の部分にあり、 $x$  軸に接する円の列  $C_1, C_2, C_3, \dots$  を次のように定める。

- $C_1$  と  $C_2$  は半径 1 の円で、互いに外接する。
- 正の整数  $n$  に対し、 $C_{n+2}$  は  $C_n$  と  $C_{n+1}$  に外接し、 $C_n$  と  $C_{n+1}$  の弧および  $x$  軸で囲まれる部分にある。

円  $C_n$  の半径を  $r_n$  とする。

- (1) 等式  $\frac{1}{\sqrt{r_{n+2}}} = \frac{1}{\sqrt{r_n}} + \frac{1}{\sqrt{r_{n+1}}}$  を示せ。
- (2) すべての正の整数  $n$  に対して  $\frac{1}{\sqrt{r_n}} = s\alpha^n + t\beta^n$  が成り立つように、 $n$  によらない定数  $\alpha, \beta, s, t$  の値を一組与えよ。
- (3)  $n \rightarrow \infty$  のとき数列  $\left\{ \frac{r_n}{k^n} \right\}$  が正の値に収束するように実数  $k$  の値を定め、そのときの極限值を求めよ。

## 第 4 問

負でない整数  $N$  が与えられたとき,  $a_1 = N$ ,  $a_{n+1} = \left\lfloor \frac{a_n}{2} \right\rfloor$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) として数列  $\{a_n\}$  を定める。ただし  $[a]$  は, 実数  $a$  の整数部分 ( $k \leq a < k+1$  となる整数  $k$ ) を表す。

- (1)  $a_3 = 1$  となるような  $N$  をすべて求めよ。
- (2)  $0 \leq N < 2^{10}$  をみたす整数  $N$  のうちで,  $N$  から定まる数列  $\{a_n\}$  のある項が 2 となるようなものはいくつあるか。
- (3) 0 から  $2^{100} - 1$  までの  $2^{100}$  個の整数から等しい確率で  $N$  を選び, 数列  $\{a_n\}$  を定める。次の条件 (\*) をみたす最小の正の整数  $m$  を求めよ。
  - (\*) 数列  $\{a_n\}$  のある項が  $m$  となる確率が  $\frac{1}{100}$  以下となる。