

入学試験過去問題

数 学

名古屋大学（理系）

対象年度：2012年

試験時間：150分

問題数：4問

第 1 問

a を正の定数とし、 xy 平面上の曲線 C の方程式を $y = x^3 - a^2x$ とする。

- (1) C 上の点 $A(t, t^3 - a^2t)$ における C の接線を ℓ とする。 ℓ と C で囲まれた図形の面積 $S(t)$ を求めよ。ただし、 t は 0 でないとする。
- (2) b を実数とする。 C の接線のうち xy 平面上の点 $B(2a, b)$ を通るものの本数を求めよ。
- (3) C の接線のうち点 $B(2a, b)$ を通るものが 2 本のみの場合を考え、それらの接線を ℓ_1, ℓ_2 とする。ただし、 ℓ_1 と ℓ_2 はどちらも原点 $(0, 0)$ を通らないとする。 ℓ_1 と C で囲まれた図形の面積を S_1 とし、 ℓ_2 と C で囲まれた図形の面積を S_2 とする。 $S_1 \geq S_2$ として、 $\frac{S_1}{S_2}$ の値を求めよ。

第 2 問

$f_0(x) = xe^x$ として, 正の整数 n に対して,

$$f_n(x) = \int_{-x}^x f_{n-1}(t) dt + f'_{n-1}(x)$$

により実数 x の関数 $f_n(x)$ を定める。

(1) $f_1(x)$ を求めよ。

(2) $g(x) = \int_{-x}^x (at + b)e^t dt$ とするとき, 定積分 $\int_{-c}^c g(x) dx$ を求めよ。ただし, 実数 a, b, c は定数とする。

(3) 正の整数 n に対して, $f_{2n}(x)$ を求めよ。

第 3 問

n を 2 以上の整数とする。1 から n までの整数が 1 つずつ書かれている n 枚のカードがある。ただし、異なるカードには異なる整数が書かれているものとする。この n 枚のカードから、1 枚のカードを無作為に取り出して、書かれた整数を調べてからもとに戻す。この試行を 3 回繰り返し、取り出したカードに書かれた整数の最小値を X 、最大値を Y とする。次の問に答えよ。ただし、 j と k は正の整数で、 $j + k \leq n$ を満たすとする。また、 s は $n - 1$ 以下の正の整数とする。

- (1) $X \geq j$ かつ $Y \leq j + k$ となる確率を求めよ。
- (2) $X = j$ かつ $Y = j + k$ となる確率を求めよ。
- (3) $Y - X = s$ となる確率を $P(s)$ とする。 $P(s)$ を求めよ。
- (4) n が偶数のとき、 $P(s)$ を最大にする s を求めよ。

第 4 問

m, p を 3 以上の奇数とし, m は p で割り切れないとする。

- (1) $(x - 1)^{101}$ の展開式における x^2 の項の係数を求めよ。
- (2) $(p - 1)^m + 1$ は p で割り切れることを示せ。
- (3) $(p - 1)^m + 1$ は p^2 で割り切れないことを示せ。
- (4) r を正の整数とし, $s = 3^{r-1}m$ とする。 $2^s + 1$ は 3^r で割り切れることを示せ。