

入学試験過去問題

数 学

名古屋大学（理系）

対象年度：2011 年

試験時間：150 分

問題数：4 問

第 1 問

$-\frac{1}{4} < s < \frac{1}{3}$ とする。 xyz 空間内の平面 $z = 0$ の上に長方形

$$R_s = \{ (x, y, 0) \mid 1 \leq x \leq 2 + 4s, 1 \leq y \leq 2 - 3s \}$$

がある。長方形 R_s を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体を K_s とする。

- (1) 立体 K_s の体積 $V(s)$ が最大となるときの s の値, およびそのときの $V(s)$ の値を求めよ。
- (2) s を (1) で求めた値とする。このときの立体 K_s を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体 L の体積を求めよ。

第 2 問

$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。整数 $n \geq 1$ に対して、次の試行により行列 A_{n-1} から行列 A_n を定める。

「数字の組 $(1, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$ を 1 つずつ書いた 4 枚の札が入っている袋から 1 枚を取り出し、その札に書かれている数字の組が (i, j) のとき、 A_{n-1} の (i, j) 成分に 1 を加えた行列を A_n とする。」

この試行を n 回 ($n = 2, 3, 4, \dots$) くり返した後に、 $A_0, A_1, \dots, A_{n-1}$ が逆行列をもたず A_n は逆行列をもつ確率を p_n とする。

- (1) p_2, p_3 を求めよ。
- (2) $(n-1)$ 回 ($n = 2, 3, 4, \dots$) の試行をくり返した後に、 A_{n-1} の第 1 行の成分がいずれも正で第 2 行の成分はいずれも 0 である確率 q_{n-1} を求めよ。
- (3) p_n ($n = 2, 3, 4, \dots$) を求めよ。

第 3 問

xy 平面上に 3 点 $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(0, 1)$ がある。

- (1) $a > 0$ とする。 $OP : AP = 1 : a$ を満たす点 P の軌跡を求めよ。
- (2) $a > 0$, $b > 0$ とする。 $OP : AP : BP = 1 : a : b$ を満たす点 P が存在するための a, b に対する条件を求め, ab 平面上に図示せよ。

第 4 問

a, b は $a \geq b > 0$ を満たす整数とし, x と y の 2 次方程式

$$x^2 + ax + b = 0, \quad y^2 + by + a = 0$$

がそれぞれ整数解をもつとする。

- (1) $a = b$ とするとき, 条件を満たす整数 a をすべて求めよ。
- (2) $a > b$ とするとき, 条件を満たす整数の組 (a, b) をすべて求めよ。