

入学試験過去問題

数 学

名古屋大学（理系）

対象年度：2005 年

試験時間：150 分

問題数：4 問

- 第 4(A) 問と第 4(B) 問から 1 問を選択して解答

第 1 問

放物線 $R: y = -x^2 + 3$ と直線 $\ell: y = 2x$ との交点を A, B とする。直線 $y = 2x + t$ ($t > 0$) は放物線 R と相異なる 2 点 $C(t), D(t)$ で交わるものとする。

- (1) 放物線 R と直線 ℓ とで囲まれた図形の面積 T を求めよ。
- (2) 4 つの点 $A, B, C(t), D(t)$ を頂点とする台形の面積を $S(t)$ とし, $f(t) = \frac{S(t)}{T}$ とおく。 $f(t)$ の最大値を求めよ。

第 2 問

- (1) 複素数 z を未知数とする方程式 $z^5 + 2z^4 + 4z^3 + 8z^2 + 16z + 32 = 0$ の解をすべて求めよ。
- (2) (1) で求めた解 $z = p + qi$ (p, q は実数) のうち次の条件をみたすものをすべて求めよ。

条件: x を未知数とする 3 次方程式 $x^3 + \sqrt{3}qx + q^2 - p = 0$ が, 整数の解を少なくとも 1 つもつ。

第 3 問

1 辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ を考え、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。動点 P は O から A へ辺 OA 上を秒速 1 で、動点 Q は A から B へ辺 AB 上を秒速 $\frac{1}{2}$ で、動点 R は B から C へ辺 BC 上を秒速 1 で、動点 S は C から O へ辺 CO 上を秒速 $\frac{1}{2}$ で、同時に動き出す。

- (1) 動き出してから t 秒後 ($0 \leq t \leq 1$) のベクトル $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$, $\overrightarrow{OR}$, $\overrightarrow{OS}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ および t を用いて表せ。
- (2) 線分 PR と線分 QS が交点 M をもつときの t ($0 \leq t \leq 1$) の値を求め、ベクトル $\overrightarrow{OM}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

第 4 (A) 問

整数に値をとる変数 x の値が、以下の規則で変化する。

- (i) ある時刻で $x = m$ ($m \neq 0$) のとき、1 秒後に $x = m + 1$, $x = m - 1$ である確率はともに $\frac{1}{2}$ である。
- (ii) ある時刻で $x = 0$ のとき、1 秒後に $x = 1$ である確率は q , $x = -1$ である確率は $1 - q$ である ($0 \leq q \leq 1$)。

$x = 0$ から始めて、 n 秒後 ($n = 0, 1, 2, \dots$) に $x = m$ である確率を $p_n(m)$ とする。

- (1) $p_3(1) + p_3(-1)$ を求めよ。
- (2) すべての自然数 n に対し次がなりたつことを示せ：どんな整数 m についても $p_n(m) + p_n(-m)$ は q にはよらない。
- (3) $p_n(0)$ を求めよ。

第 4 (B) 問

- (1) 連続関数 $f(x)$ が, すべての実数 x について $f(\pi - x) = f(x)$ をみたすとき,
$$\int_0^\pi \left(x - \frac{\pi}{2}\right) f(x) dx = 0$$
 がなりたつことを証明せよ。
- (2)
$$\int_0^\pi \frac{x \sin^3 x}{4 - \cos^2 x} dx$$
 を求めよ。