

入学試験過去問題

数 学

名古屋大学（理系）

対象年度：2002年

試験時間：150分

問題数：4問

- 第4(A)問と第4(B)問から1問を選択して解答

第 1 問

- (1) x を正数とすると、 $\log\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ と $\frac{1}{x+1}$ の大小を比較せよ。
- (2) $\left(1 + \frac{2001}{2002}\right)^{\frac{2002}{2001}}$ と $\left(1 + \frac{2002}{2001}\right)^{\frac{2001}{2002}}$ の大小を比較せよ。

第 2 問

a, b を正数とし, xy 平面で不等式 $\frac{\{x - (1-a)\}^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$ の表す領域 D と, 不等式 $x^2 + y^2 \leq 1$ の表す領域 E を考える。

- (1) $a = 2, b = 1$ の場合に, 領域 D を図示せよ。
- (2) D が E に含まれるための a, b の条件を求め, ab 平面上でその条件の表す領域を図示せよ。

第 3 問

$f(x)$ を実数全体で定義された連続関数で, $x > 0$ で $0 < f(x) < 1$ を満たすものとする。 $a_1 = 1$ とし, 順に, $a_m = \int_0^{a_{m-1}} f(x) dx$ ($m = 2, 3, 4, \dots$) により数列 $\{a_m\}$ を定める。

- (1) $m \geq 2$ に対し, $a_m > 0$ であり, かつ $a_1 > a_2 > \dots > a_{m-1} > a_m > \dots$ となることを示せ。
- (2) $\frac{1}{2002} > a_m$ となる m が存在することを背理法を用いて示せ。

第 4 (A) 問

関係式 $x^a = y^b = z^c = xyz$ を満たす 1 とは異なる 3 つの正の実数の組 (x, y, z) が, 少なくとも 1 組存在するような, 正の整数の組 (a, b, c) をすべて求めよ。ただし, $a \leq b \leq c$ とする。

第 4 (B) 問

次の問いに答えよ。ただし、偏角 θ は、 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ の範囲で考えるものとする。

- (1) $|z+i| = |z-i|$ を満たす複素数 z は、実数に限ることを示せ。
- (2) 複素数平面上で z が実軸上を動くとき、複素数 $z+i$ の偏角 $\arg(z+i)$ の動く範囲を求めよ。
- (3) z を未知数とする方程式 $(z+i)^9 = (z-i)^9$ のすべての解 z について $z+i$ の偏角 $\arg(z+i)$ を求めよ。