

入学試験過去問題

数 学

名古屋大学（理系）

対象年度：2000 年

試験時間：150 分

問題数：4 問

- 第 4(A) 問と第 4(B) 問から 1 問を選択して解答

第 1 問

座標平面上に，双曲線 $C: x^2 - y^2 = 1$ と点 $A(2, 0)$ がある。

- (1) A を通り双曲線 C と 1 点のみで交わる直線を求めよ。
- (2) 直線 ℓ が点 A を通り双曲線 C と相異なる 2 点で交わるように動くとき，この 2 点の中点は，あるひとつの双曲線上にあることを示せ。

第 2 問

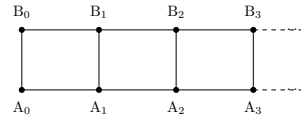
この問題では、 e は自然対数の底、 $\log$ は自然対数を表す。

実数 a, b に対して、直線 $\ell : y = ax + b$ は曲線 $C : y = \log(x + 1)$ と、 x 座標が $0 \leq x \leq e - 1$ を満たす点で接しているとする。

- (1) このときの点 (a, b) の存在範囲を求め、 ab 平面上に図示せよ。
- (2) 曲線 C および 3 つの直線 $\ell, x = 0, x = e - 1$ で囲まれた図形の面積を最小にする a, b の値と、このときの面積を求めよ。

第 3 問

図のように、平面上に点 $A_0, A_1, A_2, \dots$ および $B_0, B_1, B_2, \dots$ が並んでいる。点 P は A_0 から出発し、次の規則に従いこれらの点の上を移動する。



P は A_n にいるときには 1 秒後に A_{n+1} または B_n に、一方 B_n にいるときには B_{n+1} または A_n に移動する。ただし、前にいた点には戻らない。また、 P が移動する点が複数あるときには、それぞれの点へ等確率で移動する。 P が A_n へ到る行き方が a_n 通り、 B_n へ到る行き方が b_n 通りあるとする。

- (1) a_3, b_3 を求めよ。
- (2) a_n, b_n を求めよ。
- (3) 一方、点 Q は A_8 から P と同時に出発し、1 秒ごとに順次 $A_8 \rightarrow A_7 \rightarrow A_6 \rightarrow \dots \rightarrow A_0$ と移動し、その後は A_0 にとどまる。 P と Q が出会う確率を求めよ。

第 4 (A) 問

座標空間内の 6 つの平面

$$x = 0, \quad x = 1, \quad y = 0, \quad y = 1, \quad z = 0, \quad z = 1$$

で囲まれた立方体を C とする。 $\vec{\ell} = (-a_1, -a_2, -a_3)$ は $a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0$ を満たし、大きさが 1 のベクトルとする。 H を原点 O を通りベクトル $\vec{\ell}$ に垂直な平面とする。

このとき、ベクトル $\vec{\ell}$ を進行方向にもつ光線により平面 H に生じる立方体 C の影の面積を、 a_1, a_2, a_3 を用いて表せ。ここに、 C の影とは C 内の点から平面 H へひいた垂線の足全体のなす図形である。

第 4 (B) 問

実数を係数とする 3 次方程式

$$x^3 + px^2 + qx + r = 0$$

は、相異なる虚数解 α , β と実数解 γ をもつとする。

- (1) $\beta = \bar{\alpha}$ が成り立つことを証明せよ。ここで、 $\bar{\alpha}$ は α と共役な複素数を表す。
- (2) α , β , γ が等式 $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 3$ を満たし、さらに複素数平面上で α , β , γ を表す 3 点は 1 辺の長さが $\sqrt{3}$ の正三角形をなすものとする。このとき、実数の組 (p, q, r) をすべて求めよ。