入 学 試 験 過 去 問 題

数　学

名古屋大学（文系）

対象年度： 2026 年

試験時間： 90 分

問題数： 3 問

第　1　問

正の実数 p に対して，xy 平面において $y = x^2 + p$ で定まる放物線を Q とする。a を実数とし，点 $\mathrm{A}\left(a,\ a^2\right)$ から Q に引いた 2 本の接線の接点を $\mathrm{B}\left(b,\ b^2+p\right)$，$\mathrm{C}\left(c,\ c^2+p\right)$（ただし $b < c$）とする。また $\theta = \angle\mathrm{CAB}$（ただし $0 < \theta < \pi$）とおく。このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　b，c を p，a を用いて表せ。

(2)　$\theta = \dfrac{\pi}{2}$ のとき，p を a を用いて表せ。

(3)　$\theta \fallingdotseq \dfrac{\pi}{2}$ のとき，$\tan\theta$ を p，a を用いて表せ。

(4)　$\theta \geqq \dfrac{\pi}{3}$ がすべての実数 a に対して成り立つための，p の範囲を求めよ。

第　2　問

整数の組 $(a,\ b,\ c)$ に対して，次の条件 $(*)$ を考える。

$(*)$　$a,\ b,\ c$ は 1 以上の整数であり，a と b の最大公約数，a と c の最大公約数，b と c の最大公約数はそれぞれ 1 である。

以下の問いに答えよ。ただし，組 $(a,\ b,\ c)$ と $(d,\ e,\ f)$ は $a = d,\ b = e,\ c = f$ のとき，かつこのときに限り等しい。

(1)　条件 $(*)$ かつ $abc = 120$ をみたす組 $(a,\ b,\ c)$ のうちで，$a \leqq b \leqq c$ をみたすものをすべて求めよ。

(2)　条件 $(*)$ かつ $abc = 120$ をみたす組 $(a,\ b,\ c)$ の個数を求めよ。

(3)　N を 2 以上の整数とし，N 以下の素数の個数を m とする。条件 $(*)$ かつ $abc = N!$ をみたす組 $(a,\ b,\ c)$ の個数を m を用いて表せ。

第　3　問

xy 平面上を次の規則 (i)，(ii) に従って移動する点 A を考える。

(i)　時刻 0 で点 A は原点にある。

(ii)　ある時刻 k において点 A が $(x,\ y)$ にあるとき，時刻が 1 増えると点 A は 3 点 $(x+1,\ y)$，$(x+1,\ y+1)$，$(x,\ y+1)$ のいずれかにそれぞれ $\dfrac{1}{3}$ の確率で移動する。

1 以上の整数 n に対して，次の条件 $(*)$ が成り立つ確率を P_n とする。

$(*)$　時刻 0 から時刻 n まで点 A はつねに $-1 \leqq y-x \leqq 1$ で定まる領域にある。

このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　P_1，P_2，P_3 を求めよ。

(2)　1 以上の整数 n に対して，条件 $(*)$ が成り立ちかつ時刻 n で点 A が直線 $y-x=0$ 上にある確率を a_n とする。また，条件 $(*)$ が成り立ちかつ時刻 n で点 A が直線 $y-x=1$ 上または直線 $y-x=-1$ 上にある確率を b_n とする。a_{n+1}，b_{n+1} を a_n，b_n を用いて表せ。

(3)　P_{n+2} を P_{n+1}，P_n を用いて表せ。

(4)　$\alpha = \dfrac{1+\sqrt{2}}{3}$ とおくとき，

$$P_n \leqq \alpha^{n-1}$$

が 1 以上のすべての整数 n に対して成り立つことを証明せよ。