

入学試験過去問題 数 学

名古屋大学（文系）

対象年度：2026年

試験時間：90分

問題数：3問

問 題 紙

1 正の実数 p に対して、 xy 平面において $y = x^2 + p$ で定まる放物線を Q とする。 a を実数とし、点 $A(a, a^2)$ から Q に引いた 2 本の接線の接点を $B(b, b^2 + p)$, $C(c, c^2 + p)$ (ただし $b < c$) とする。また $\theta = \angle CAB$ (ただし $0 < \theta < \pi$) とおく。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) b, c を p, a を用いて表せ。
- (2) $\theta = \frac{\pi}{2}$ のとき、 p を a を用いて表せ。
- (3) $\theta \neq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\tan \theta$ を p, a を用いて表せ。
- (4) $\theta \geq \frac{\pi}{3}$ がすべての実数 a に対して成り立つための、 p の範囲を求めよ。

2 整数の組 (a, b, c) に対して、次の条件 (*) を考える。

(*) a, b, c は 1 以上の整数であり、 a と b の最大公約数、 a と c の最大公約数、 b と c の最大公約数はそれぞれ 1 である。

以下の問いに答えよ。ただし、組 (a, b, c) と (d, e, f) は $a = d, b = e, c = f$ のとき、かつこのときに限り等しい。

- (1) 条件 (*) かつ $abc = 120$ をみたす組 (a, b, c) のうちで、 $a \leq b \leq c$ をみたすものをすべて求めよ。
- (2) 条件 (*) かつ $abc = 120$ をみたす組 (a, b, c) の個数を求めよ。
- (3) N を 2 以上の整数とし、 N 以下の素数の個数を m とする。条件 (*) かつ $abc = N!$ をみたす組 (a, b, c) の個数を m を用いて表せ。

3 xy 平面上を次の規則 (i), (ii) に従って移動する点 A を考える。

- (i) 時刻 0 で点 A は原点にある。
- (ii) ある時刻 k において点 A が (x, y) にあるとき、時刻が 1 増えると点 A は 3 点 $(x+1, y)$, $(x+1, y+1)$, $(x, y+1)$ のいずれかにそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で移動する。

1 以上の整数 n に対して、次の条件 (*) が成り立つ確率を P_n とする。

(*) 時刻 0 から時刻 n まで点 A はつねに $-1 \leq y - x \leq 1$ で定まる領域にある。

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) P_1, P_2, P_3 を求めよ。
- (2) 1 以上の整数 n に対して、条件 (*) が成り立ちかつ時刻 n で点 A が直線 $y - x = 0$ 上にある確率を a_n とする。また、条件 (*) が成り立ちかつ時刻 n で点 A が直線 $y - x = 1$ 上または直線 $y - x = -1$ 上にある確率を b_n とする。 a_{n+1}, b_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ。
- (3) P_{n+2} を P_{n+1}, P_n を用いて表せ。
- (4) $\alpha = \frac{1 + \sqrt{2}}{3}$ とおくと、

$$P_n \leq \alpha^{n-1}$$

が 1 以上のすべての整数 n に対して成り立つことを証明せよ。

